tfa

tirocinio **formativo** attivo

III edizione

Matematica e Fisica

esercizi commentati

per le classi di abilitazione

A20 Fisica | **A038** Fisica

A26 Matematica | **A047** Matematica

A27 Matematica e Fisica | **A049** Matematica e Fisica

- ampia raccolta di quesiti commentati
- simulazioni d'esame
- prove ufficiali svolte

Comprende **software** per effettuare infinite esercitazioni

EdiSES

Accedi
ai **servizi riservati**

COLLEGATI AL SITO
EDISES.IT

ACCEDI AL
MATERIALE DIDATTICO

SEGUI LE
ISTRUZIONI

Utilizza il codice personale contenuto nel riquadro per registrarti al sito **edises.it** e accedere a **servizi** e **contenuti riservati**.

Scopri il tuo **codice personale** grattando delicatamente la superficie

Il volume NON può essere venduto, né restituito, se il codice personale risulta visibile.
L'**accesso ai servizi riservati** ha la durata di **un anno** dall'attivazione del codice e viene garantito esclusivamente sulle edizioni in corso.

Per attivare i **servizi riservati**, collegati al sito **edises.it** e segui queste semplici istruzioni

Se sei registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- inserisci email e password
- inserisci le ultime 4 cifre del codice ISBN, riportato in basso a destra sul retro di copertina
- inserisci il tuo **codice personale** per essere reindirizzato automaticamente all'area riservata

Se non sei già registrato al sito

- clicca su *Accedi al materiale didattico*
- registrati al sito o autenticati tramite facebook
- attendi l'email di conferma per perfezionare la registrazione
- torna sul sito **edises.it** e segui la procedura già descritta per gli utenti registrati

EdiSES

TFA

Matematica e Fisica

Esercizi commentati

per le classi di abilitazione

A20 Fisica	A038 Fisica
A26 Matematica	A047 Matematica
A27 Matematica e Fisica	A049 Matematica e Fisica

EdiSES

TFA – Matematica e Fisica – Esercizi commentati – III ed.

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2020 2019 2018 2017 2016

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A cura di: Emiliano Barbuto, Sante Centurioni, Daniela Decembrino, Massimo Panzica, Olimpia Rescigno

Progetto grafico: ProMedia Studio di A. Leano – Napoli

Grafica di copertina: curvilinee

Fotocomposizione e redazione: EdiSES – Napoli

Stampato presso la Tipolitografia Petruzzi Corrado & Co. S.n.c. – Zona Ind. Regnano – Città di Castello (PG)

Per conto della EdiSES – Piazza Dante, 89 – Napoli

www.edises.it
info@edises.it

ISBN 978 88 6584 605 6

INDICE GENERALE

Prefazione

Parte I – Prerequisiti

Parte II – Competenze disciplinari

Parte III – Simulazioni d'esame

PREFAZIONE

Il sistema di formazione dei docenti

Il sistema di formazione e reclutamento dei docenti è stato interessato negli ultimi anni da diversi interventi legislativi. In seguito alla soppressione delle Scuole di Specializzazione per l'Insegnamento Secondario (SSIS), la formazione degli insegnanti di scuola secondaria di primo e di secondo grado è stata di fatto affidata alle Università.
Secondo quanto stabilito dal D.M. 249/2010, Regolamento ministeriale sulla "*Definizione della disciplina dei requisiti e delle modalità di formazione iniziale degli insegnanti*", il percorso per la formazione dei docenti di scuola secondaria di primo e secondo grado si articola in:

- un corso di **laurea magistrale** biennale (apposite classi di laurea magistrale abilitanti, da istituire al fine di trasmettere le conoscenze didattico-disciplinari e socio-psico-pedagogiche necessarie per svolgere la professione di insegnante);
- un anno di **tirocinio formativo attivo** (TFA).

Si tratta di un percorso a **numero programmato** il cui numero dei posti disponibili è definito dal Ministero sulla base del fabbisogno di personale docente del sistema nazionale di istruzione per i diversi gradi e le diverse classi di abilitazione nonché della disponibilità degli Atenei ad attivare e a svolgere i suddetti percorsi formativi.

Il tirocinio formativo attivo

Il tirocinio formativo attivo è un corso di preparazione all'insegnamento di durata annuale istituito presso una facoltà universitaria di riferimento o presso un'istituzione di alta formazione artistica, musicale e coreutica.
Gli obiettivi del corso consistono nella formazione di insegnanti qualificati, in possesso delle necessarie competenze disciplinari, psicopedagogiche, metodologico-didattiche, organizzative e relazionali necessarie a far raggiungere agli allievi i risultati di apprendimento previsti dall'ordinamento.
A tale scopo, il percorso del TFA prevede:

- insegnamenti di scienze dell'educazione, con particolare riguardo alle metodologie didattiche e ai bisogni speciali;

- insegnamenti di didattiche disciplinari che possono essere svolti anche in contesti di laboratorio in modo da saldare i contenuti disciplinari con le modalità di insegnamento in classe;
- un tirocinio che prevede sia una fase di osservazione che una di insegnamento attivo, presso istituti scolastici sotto la guida di un tutor;
- laboratori pedagogico-didattici, indirizzati alla rielaborazione e al confronto delle pratiche didattiche proposte e delle esperienze di tirocinio.

L'attività di tirocinio si conclude con la stesura di una relazione che consiste in un elaborato originale che, oltre all'esposizione delle attività svolte, deve evidenziare la capacità del tirocinante di integrare a un elevato livello culturale e scientifico le competenze acquisite nell'attività svolta in classe e le conoscenze psicopedagogiche con quelle acquisite nell'ambito della didattica disciplinare, in particolar modo nelle attività di laboratorio.
Al termine dell'anno di tirocinio si svolge l'esame di abilitazione all'insegnamento che consiste:

- nella valutazione dell'attività svolta durante il tirocinio;
- nell'esposizione orale di un percorso didattico su un tema scelto dalla commissione;
- nella discussione della relazione finale di tirocinio.

Requisiti di ammissione al TFA

In attesa che le lauree magistrali abilitanti vengano attivate e producano i primi laureati, ovvero nella fase tansitoria, possono accedere al TFA coloro che siano in possesso di:

- una laurea del vecchio ordinamento riconosciuta dal D.M. 39/1998 e degli eventuali esami richiesti per poter avere accesso all'insegnamento;
- una laurea del nuovo ordinamento specialistica o magistrale riconosciuta dal DM 22/2005 e degli eventuali crediti formativi per poter avere accesso all'insegnamento;
- un diploma ISEF, già valido per l'accesso all'insegnamento di educazione fisica, per i TFA di Scienze Motorie.

Per partecipare alle selezioni è necessario essere in possesso di un piano di studi ritenuto idoneo per l'insegnamento. È possibile verificare la congruenza del proprio percorso di studi (e gli eventuali crediti da colmare) dalla apposita piattaforma ministeriale del portale www.istruzione.it.

Le prove di accesso al tirocinio formativo attivo

L'accesso al tirocinio formativo attivo è a numero programmato secondo le specifiche indicazioni annuali adottate con decreto del Ministro dell'istruzione, dell'università e della ricerca. L'ammissione avviene per titoli ed esami.
Le prove d'esame mirano a verificare le conoscenze disciplinari relative alle materie oggetto di insegnamento della specifica classe di abilitazione.
Le prove di ammissione sono espletate dalle Università e si articolano in:

- un test preliminare
- una prova scritta
- una prova orale

Il decreto istitutivo del TFA (D.M. 249/2010, dopo le modifiche apportate dal decreto 25 marzo 2013, n. 81) rimanda ad un apposito decreto del Ministro dell'istruzione la definizione delle specifiche indicazioni per l'accesso al tirocinio.
Il **test preliminare** consiste nella risoluzione di domande a risposta chiusa con 4 opzioni di cui una sola corretta. Oltre ai quesiti disciplinari, le prove d'esame includono domande volte a verificare le competenze linguistiche e la comprensione dei testi. Accedono alla fase successiva, la prova scritta, i candidati che abbiano conseguito al test un punteggio di almeno 21/30. La **prova scritta**, predisposta a cura delle università, consta di domande a risposta aperta relative alle discipline oggetto di insegnamento delle relative classi di concorso. Nel caso di classi di concorso per l'insegnamento delle lingue classiche sono previste prove di traduzione; nel caso di classi di concorso per l'insegnamento dell'italiano è prevista una prova di analisi dei testi.
Per essere ammesso alla prova orale il candidato deve aver conseguito, alla prova scritta, una votazione maggiore o uguale a 21/30. Anche la **prova orale** è predisposta dalle singole università ed è organizzata tenendo conto delle specificità delle varie classi di laurea; nel caso di classi di abilitazione per l'insegnamento delle lingue moderne è previsto che la prova si svolga in lingua straniera; nel caso di classi di abilitazione affidate al settore dell'alta formazione artistica, musicale e coreutica può essere sostituita da una prova pratica. La prova orale, valutata in ventesimi, è superata se il candidato riporta una votazione maggiore o uguale a 15/20.

Come usare questo volume

Il volume è costituito da un'**ampia raccolta di quiz** a risposta multipla suddivisi per **area disciplinare** e corredati da un sintetico ma puntuale richiamo teorico. Le aree trattate sono relative alle principali conoscenze disciplinari necessarie per l'insegnamento delle materie per le quali si inten-

de conseguire l'abilitazione e comprendono anche testi volti alla verifica delle capacità di **comprensione dei testi** e delle competenze linguistiche.
Il **commento** fornito per ciascun quesito favorisce un rapido riepilogo delle **nozioni fondamentali** e consente di fissare i **concetti chiave**. Il volume comprende inoltre una serie di **esercitazioni finali** per una verifica trasversale delle conoscenze su tutti gli argomenti trattati e le **prove ufficiali svolte e commentate**.
Il testo è completato da un **software** accessibile previa registrazione, che consente di effettuare **simulazioni d'esame** o **esercitazioni per materia**. Le simulazioni ricalcano la prova reale in termini di composizione, tempo a disposizione, attribuzione del punteggio.

Prospettive future: la formazione dei docenti dopo la "Buona scuola"

Il TFA come percorso di abilitazione all'insegnamento nasce come fase transitoria e nelle intenzioni legislative avrebbe dovuto essere sostituito a regime da lauree magistrali abilitanti. L'impianto previsto dal D.M. 249/2010 rischia però di non conoscere la sua piena attuazione. La legge 107/2015 (la Buona Scuola) contiene infatti una delega a riformare il percorso di formazione che prevede l'abolizione del TFA. L'intenzione è quella di istituire un sistema unitario e coordinato che comprenda sia la formazione iniziale che le procedure di accesso alla professione.
In estrema sintesi, il sistema delineato da La Buona scuola prevede:

1. un concorso nazionale riservato a chi possieda un diploma di laurea magistrale o, per le discipline artistiche e musicali, un diploma accademico di secondo livello, coerente con la classe disciplinare di concorso;
2. un percorso di formazione triennale (regolato da contratto retribuito di formazione e apprendistato professionale a tempo determinato) suddiviso nel seguente modo:
   – il primo anno, di studio, è finalizzato all'acquisizione di un diploma di specializzazione all'insegnamento secondario;
   – il secondo e il terzo anno sono finalizzati alla maturazione dell'esperienza mediante tirocini formativi;
3. l'assunzione a tempo indeterminato alla conclusione del periodo di formazione e apprendistato professionale, se valutato positivamente.

Per essere sempre aggiornato seguici su

http://www.facebook.com/iltirociniofrmativoattivo

Clicca su mi piace (**facebook**) per ricevere gli aggiornamenti.

Risposte commentate

1) B. Inizialmente vi sono 40 maschi e 60 femmine. Indicando con n il numero di maschi provenienti dalla nuova scuola, dopo l'accorpamento vi saranno $40 + n$ maschi e 60 femmine, per un totale di $100 + n$ alunni. Imponendo che alla fine il numero di maschi totale costituisca il 50% degli alunni:

$$\frac{40+n}{100+n}=0,5$$

si ottiene:

$40 + n = 50 + 0,5n$

$0,5n = 10$

$$n=\frac{10}{0,5}=20$$

per cui il numero totale di maschi dopo l'accorpamento risulta: $40+n=40+20=60$.

2) C. Possiamo scrivere i due vettori mediante la rappresentazione per versori:

$\vec{V}_1 = 5\hat{j}$ e $\vec{V}_2 = -5\hat{i} - 5\hat{j}$.

La loro somma risulta, così: $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 5\hat{j} - 5\hat{i} - 5\hat{j} = -5\hat{i}$, che è un vettore di modulo pari a 5.

3) C. Calcoliamo dapprima il doppio del numero binario 1001 eseguendo la somma:

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1\ + \\ 1\ 0\ 0\ 1\ = \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1\ 0 \end{array},$$

dove si è tenuto conto del fatto che nel sistema binario $1 + 1 = 10$.

Adesso calcoliamo il doppio del numero 10010, sempre come somma del numero con se stesso: $10010 + 10010 = 100100$.

Alternativamente si può convertire dapprima il numero in sistema decimale (9), quadruplicarlo (36) e quindi riconvertirlo in sistema decimale. Si noti, però, come sia preferibile il primo metodo riportato nel dettaglio perché richiede minor tempo di esecuzione.

4) **B.** Il determinante di una qualsiasi matrice quadrata di ordine n è dato, in generale, dalla somma dei prodotti degli elementi di una linea qualsiasi (riga o colonna) per i rispettivi complementi algebrici.
In particolare, se in una matrice quadrata tutti gli elementi di una linea sono nulli o vi sono due linee parallele uguali o proporzionali, allora il determinante della matrice è nullo. Di conseguenza, la matrice di certo non è invertibile. Inoltre, la matrice può non coincidere con la sua trasposta, come mostra il seguente esempio: $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}; A_T = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 7 & 7 \end{bmatrix}$.
Il determinante risulta nullo anche nel caso in cui una linea è combinazione lineare di due o più altre linee ad essa parallele.

5) **A.** In generale una funzione di equazione $y = \dfrac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}$ con le condizioni $\gamma \neq 0$ e $\alpha\delta - \beta\gamma \neq 0$ è detta funzione omografica ed è rappresentata graficamente da un'iperbole equilatera con asintoti paralleli agli assi cartesiani. Le funzioni omografiche ammettono, quindi, un asintoto orizzontale ed un asintoto verticale.
In particolare, si possono calcolare per la funzione razionale fratta in esame:
$y = \dfrac{a - x}{x - b}$ i limiti agli estremi del suo dominio $D = \mathbf{R} - \{b\}$.
Si ha:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{a - x}{x - b} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x}{x} = -1$$

per cui la funzione ammette come asintoto orizzontale la retta di equazione $y = -1$.
Inoltre, si ha anche:

$$\lim_{x \to b} \frac{a - x}{x - b} = \infty ,$$

dove il segno dei singoli limiti laterali dipende dai valori di a e b e da cui si può evincere che la funzione ammette anche un asintoto verticale di equazione $x = b$.

6) **C.** Il numero reale π è una costante che esprime il rapporto tra la misura della lunghezza della circonferenza e la misura della lunghezza del diametro di un cerchio.
Nel 1761 Johann Heinrich Lambert dimostrò che π è un numero irrazionale, mentre Ferdinand von Lindemann ne dimostrò la trascendenza nel 1882.

7) **D.** Il rapporto di scala è dato dal seguente rapporto:

$$r = \frac{0,75\,cm}{1,5\,m} = \frac{0,75\,cm}{150\,cm} = \frac{1}{(150/0,75)} = \frac{1}{200}.$$

Si noti come la scala di riduzione indichi il rapporto r che vi è tra la nuova lunghezza e quella originale, mentre le superfici risultano proporzionali ad r^2.

8) A. Il quantificatore universale *"per ogni / tutti"* ($\forall$) si nega sostituendolo col quantificatore esistenziale *"esiste / c'è almeno uno"* ($\exists$) e negando la proprietà in questione.
Analogamente, la negazione di $\exists$ si ottiene sostituendolo con $\forall$ e negando la proprietà in questione.
La frase considerata diventa quindi: *"c'è almeno un condominio in cui nessuno ha gli occhi verdi"*.

9) B. Nell'espressione analitica della funzione razionale fratta $y = f(x) = x^4 + \frac{1}{1+x^2} + 1$ compaiono solo potenze pari della variabile indipendente x, per cui si può certamente affermare che la funzione è pari, ossia $f(-x) = f(x)$.

Infatti: $f(-x) = (-x)^4 + \frac{1}{1+(-x)^2} +1 = x^4 + \frac{1}{1+x^2} + 1 = f(x)$.

Poiché f è pari, allora il suo grafico è simmetrico rispetto all'asse y.

10) D. Per calcolare il limite possiamo tenere conto del fatto che un polinomio, per $x \to 0$, è equivalente al suo monomio di grado minimo e che $\sqrt{x} = x^{1/2}$.
Quindi:

$$\lim_{x\to0^+} \frac{x+\sqrt{4x}}{\sqrt{x}} = \lim_{x\to0^+} \frac{\sqrt{4x}}{\sqrt{x}} = \sqrt{4} = 2.$$

Alternativamente si poteva calcolare il limite dopo avere razionalizzato il denominatore della frazione, moltiplicando per $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

11) B. La derivata seconda di $y(x)$ è:

$$y''(x) = \frac{d}{dx}\, y'(x) = \frac{d}{dx}\,(1-3x+y+x^2+xy) = -3+y'(x)+2x+y(x)+xy'(x).$$

Se $x=0$, allora $y(0)=0$ e, inoltre:
$y'(0) = 1 - 3\cdot0+0+0^2+0 = 1$,
da cui:
$y''(0) = -3+y'(0)+2\cdot0+y(0)+0\cdot y'(0) = -3+1 = -2$.

12) D. L'ordine cronologico rispetto alla data di nascita è:
1) Galileo Galilei: 1564-1642;
2) Isaac Newton: 1642-1727;
3) Leonhard Euler – Eulero: 1707-1783;
4) Johann Carl Friedrich Gauss: 1777-1855.

13) B. L'interpolazione polinomiale consiste nell'interpolare una serie di valori con un polinomio che passa per i punti dati. Si può dimostrare che un qualunque insieme di n punti distinti può essere sempre interpolato da un unico polinomio di grado $n - 1$ che assume esattamente i valori corrispondenti ai punti iniziali. Al contrario, con l'approssimazione polinomiale si trova invece un polinomio, in genere di basso grado, che approssima i punti dati con un errore massimo prefissato.

14) D. Il voto medio $\bar{v}$ dell'intero collettivo è rappresentato dalla media ponderata sui numeri di studenti:

$$\bar{v} = \frac{N_1 v_1 + N_2 v_2}{N_1 + N_2} = \frac{20 \cdot 7 + 30 \cdot 6}{20 + 30} = \frac{320}{50} = 6,4.$$

Si evidenzia come la media ponderata non corrisponda in questo caso alla media aritmetica, che è 6,5, ma sia leggermente più spostata verso il valore (6) corrispondente al peso maggiore (N_2=30).

15) C. La somma dei primi 100 numeri è data dalla formula di Gauss:

$$S_{100} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{100(100+1)}{2} = 5050.$$

Se la somma delle pagine rimanenti è $S_{rimaste}$=4952, allora la somma delle pagine strappate deve essere:

$S_{strappate} = S_{100} - S_{rimaste} = 5050 - 4952 = 98.$

La somma delle pagine 23 + 24 + 25 + 26 dà come risultato proprio 98.

16) A. La probabilità a priori che lanciando un dado equo esca un numero pari è data da:

$$P_{pari} = \frac{N_{favorevoli}}{N_{tot}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Il numero di lanci che bisogna effettuare per aspettarsi di ottenere un numero pari è dato dalla seguente formula:

$N_{pari} = N_{lanci} \cdot P_{pari}$

$1 = N_{lanci} \cdot \frac{1}{2},$

da cui:

$N_{lanci} = 2.$

17) C. La probabilità che un seme dia una pianta è: $P(E_{pianta}) = 70\% = 0,7$, mentre quella che un seme non germini è: $P(E_{non\_pianta}) = 100\% - 70\% = 0,3$.
La probabilità $P(E_{1pianta})$ che piantando due semi nasca una sola pianta è data dalla formula della probabilità totale per eventi incompatibili:

$P(E_{1pianta}) = P(E_{pianta\text{-}non\_pianta} \cup E_{non\_pianta\text{-}pianta}) = P(E_{pianta\text{-}non\_pianta}) +$
$+ P(E_{non\_pianta\text{-}pianta})$, dove a loro volta le singole probabilità $P(E_{pianta\text{-}non\_pianta})$

sono date dalla formula della probabilità composta per eventi indipendenti:
$P(E_{pianta\text{-}non\_pianta}) = P(E_{pianta} \cap E_{non\_pianta}) = P(E_{pianta}) \cdot P(E_{non\text{-}pianta})$
$P(E_{pianta\text{-}non\_pianta}) = 0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}21$,
da cui:
$P(E_{1pianta}) = P(E_{pianta\text{-}non\_pianta}) + P(E_{non\_pianta\text{-}pianta}) = 0{,}21 + 0{,}21 = 0{,}42 = 42\%$.

18) C. Indichiamo con O (0, 0, 0), A (1, 1, 0) e B (1, 0, 1) i tre punti dati.
La distanza euclidea tra due punti P e Q è data da:

$$\overline{PQ} = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2}\ .$$

I tre lati del triangolo misurano, quindi:

$$\begin{cases} \overline{OA} = \sqrt{(0-1)^2 + (0-1)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{2} \\ \overline{AB} = \sqrt{(1-1)^2 + (1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{2} \\ \overline{BO} = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2} \end{cases}$$

per cui il triangolo risulta equilatero.

19) D. L'equazione data può essere riscritta come:
$z^9 - z^3 = 0$
$z^6 (z^6 - 1) = 0$,
che, per la legge di annullamento del prodotto, ha per soluzioni $z = 0$ con molteplicità tripla e le 6 radici complesse dell'unità, per un totale di 7 soluzioni senza contare la molteplicità.

20) B. L'area cercata è data dal seguente integrale improprio:

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} dx = 2\int_{0}^{+\infty} e^{-x}\, dx\ ,$$

dove si è tenuto conto che la funzione integranda è pari, che il dominio di integrazione è simmetrico rispetto all'origine e che $|x| = x$ per $x \geq 0$. Procedendo con i calcoli si ha:

$$A = \lim_{a \to +\infty} 2\int_0^a e^{-x}\, dx = \lim_{a \to +\infty} 2\left[-e^{-x}\right]_0^a = \lim_{a \to +\infty} 2\left(-e^{-a} + 1\right) = 2.$$

21) C. All'inizio del XVII secolo John Neper (Nepero) introdusse i logaritmi nel suo libro intitolato *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* del 1614, da cui si evince anche l'etimologia del termine, proveniente dalle parole greche *logos* (proporzione) e *arithmos* (numero). Sei anni dopo Joost Burgi inventò i logaritmi in modo indipendente.

22) C. La relazione corretta è:
$-1 \leq \cos x \leq \cos 2{,}5$.
In particolare, la disuguaglianza $-1 \leq \cos x$ è sempre verificata per qualsiasi valore di x per via della definizione del coseno di un angolo.

Inoltre 2,5 rad sono circa 143°, mentre 3,5 rad sono circa 201°. Se $2{,}5 \le x \le 3{,}5$ allora il coseno di x è negativo ed è limitato superiormente dal valore $\cos 2{,}5$: $\cos x \le \cos 2{,}5$.

23) A. La proposizione falsa è: "*Ogni multiplo di 5 in H è anche multiplo di 3*". Negandola e tenendo presente che la negazione del quantificatore universale "*ogni / tutti*" è "*c'è / esiste (almeno) uno*", si ottiene una proposizione vera: "*Esiste almeno un multiplo di 5 in H che non è multiplo di 3*". Poiché tutti i numeri pari in H sono anche multipli di 3 se ne deduce che se un numero in H non è multiplo di 3 allora è pari, per cui la proposizione può essere riscritta come: "*Esiste almeno un numero dispari multiplo di 5 in H*".

24) B. La media aritmetica μ di n valori $x_1, \ldots, x_n$ è definita come:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Sostituendo i valori $x_1, \ldots, x_n$ con i loro valori assoluti $|x_1|, \ldots, |x_n|$ e tenendo presente che $|x_i| \ge x_i$, si ha:

$$\sum_{i=1}^{n} |x_i| \ge \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i| \ge \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

per cui la nuova media aritmetica risulta maggiore della precedente.
La deviazione standard σ dei dati è un indice della loro dispersione statistica, ossia della variabilità del set di dati. Si evince facilmente come la sostituzione dei dati con i loro valori assoluti comporti una minore dispersione e, quindi, un minore valore di σ.

25) A. L'intero rettangolo *PQRS*, ruotando attorno a $\overline{PQ}$, genera un cilindro avente volume:

$$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = \pi \overline{QR}^2\, \overline{PQ}.$$

Dalla rotazione del triangolo *PQR*, invece, si ottiene un cono di volume:

$$V_{cono} = \frac{1}{3} A_{base} \cdot h = \frac{1}{3}\pi \overline{QR}^2\, \overline{PQ} = \frac{1}{3} V_{cilindro}$$

Il volume V' del solido ottenuto dalla rotazione del triangolo *PRS* risulta dalla differenza del volume del cilindro e di quello del cono, in particolare

$$V' = \frac{2}{3} V_{cilindro}.$$

Il rapporto V'/V_{cono} risulta, quindi, pari a 2.

26) D. Per un poliedro semplicemente connesso è valida la formula di Eulero che mette in relazione i numeri f delle facce, s degli spigoli e v dei vertici:

$$f + v = s + 2,$$

da cui:
$f = s + 2 - v$,
che mostra come non ci sia un limite al numero di facce, escludendo che ci sia un limite di 20.
Inoltre, tenendo presente l'esistenza dell'ottaedro che possiede 8 facce triangolari, possiamo escludere l'alternativa per cui le facce devono essere per forza quattro e anche quella secondo cui il numero delle facce deve essere dispari.

27) C. Se H ha n elementi, allora il numero s_H dei suoi sottoinsiemi è:
$s_H = 2^n$.
Analogamente, se si indica con k il numero degli elementi di K, il numero s_K dei sottoinsiemi di K risulta:
$s_K = 2^k$.

Imponendo che $s_K = \frac{1}{4} s_H$, otteniamo:

$$2^k = \frac{1}{4}\, 2^n$$

$$2^k = 2^{-2} \cdot 2^n$$
$$2^k = 2^{n-2}$$
$$k = n - 2.$$

28) B. Per il teorema di Rouché-Capelli, se il rango della matrice incompleta è minore del rango della matrice completa, allora il sistema è impossibile. Invece, nel caso che i due ranghi siano uguali, il sistema è possibile e, in particolare, risulta determinato se il rango coincide col numero delle incognite oppure indeterminato se il rango è minore del numero delle incognite. Essendoci solo 3 equazioni, il rango può essere al più 3, per cui escludiamo l'eventualità che il sistema possa essere determinato. Si può dunque concludere che, se il sistema ammette almeno una soluzione, allora ne deve ammettere infinite.

29) C. La media degli angoli è definita come:

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum \alpha}{n},$$

da cui:

$$\bar{\alpha} \cdot n = \sum \alpha .$$

La somma degli angoli interni $\sum \alpha$ di un poligono convesso avente n lati è data da:
$\sum \alpha = (n - 2)\, 180°$,
per cui si ha:
$\bar{\alpha} \cdot n = (n - 2)\, 180°$
$(180° - \bar{\alpha})\, n = 360°$

$$n = \frac{360°}{180° - \overline{\alpha}} = \frac{360°}{180° - 150°} = 12° .$$

La somma degli angoli interni di un poligono di 12 lati risulta, infine:
$\sum \alpha = (12 - 2)\ 180° = 1800°$.

30) D. Indicando con P_{2007} il prezzo del pane a gennaio 2007, il prezzo del pane a gennaio 2014 risulta:
$P_{2014} = P_{2007} + 26\%\ P_{2007} = 1{,}26 \cdot P_{2007}$.
Il prezzo a gennaio 2008 è, invece:
$P_{2008} = P_{2007} + 5\%\ P_{2007} = 1{,}05 \cdot P_{2007}$.
L'aumento percentuale del prezzo del pane dal 2008 al 2014 risulta, infine:

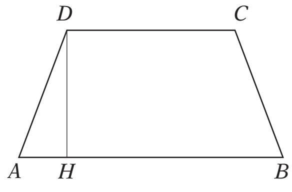
$$\frac{\Delta P}{P_{2008}} \cdot 100\% = \frac{P_{2014} - P_{2008}}{P_{2008}} \cdot 100\% = \frac{1{,}26 \cdot P_{2007} - 1{,}05 \cdot P_{2007}}{1{,}05 \cdot P_{2007}} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{0{,}21}{1{,}05} \cdot 100\% = 20\%$$

31) B. La ricerca delle soluzioni dell'equazione $x^3 - x^2 + k = 0$, che per il teorema fondamentale dell'algebra ammette 3 soluzioni in **C** se si conta anche la molteplicità, può essere ricondotta alla ricerca dei punti di intersezione del grafico della funzione $y = f(x) = x^3 - x^2 + k$ con l'asse x di equazione $y = 0$.
La derivata di f è:
$f'(x) = 3x^2 - 2x$,
che si annulla per $x_1 = 0$ e $x_2 = 2/3$.

In particolare, nei punti $A(0, k)$ e $B\left(\frac{2}{3}, -\frac{4}{27} + k\right)$ il grafico di f presenta due flessi a tangente orizzontale. Per $k = 0$ o per $k = \frac{4}{27}$ l'ordinata di uno dei due punti a tangente orizzontale è zero: ciò significa che il grafico di f è tangente all'asse y e, quindi, la soluzione dell'equazione ha molteplicità 2, essendo presente una terza radice con molteplicità singola, come si può vedere facilmente da un grafico qualitativo di f che per $x \to -\infty$ tende a $-\infty$ e per $x \to +\infty$ tende a $+\infty$.

32) C. Poiché tre lati sono congruenti, allora il trapezio è isoscele. Si consideri quindi la seguente figura:



Dal momento che $\overline{AH} = \left(\overline{AB} - \overline{CD}\right)/2 = 1/2$, allora l'altezza $\overline{DH}$ risulta, per il teorema di Pitagora:

$\overline{DH} = \sqrt{\overline{DA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{1^2 - (1/2)^2} = \sqrt{3}/2$.

L'area del trapezio risulta, infine:

$$A = \frac{1}{2}\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right)\overline{DH} = \frac{1}{2}(2+1)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1,3 < 1,5 .$$

33) C. Nell'intervallo $(-\pi; 0)$ sia x sia $\sin x$ sono negativi, per cui il loro prodotto è positivo. Analogamente, nell'intervallo $(0; \pi)$ x e $\sin x$ sono positivi, cosicché anche in questo caso il loro prodotto è positivo. La disuguaglianza $x \sin x < 0$ non è dunque mai verificata nell'intervallo dato.
L'uguaglianza $x \sin x = 0$, invece, è verificata tre volte: $x = -\pi \vee x = 0 \vee x = \pi$.

34) A. Una disequazione del tipo $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$ è equivalente al sistema:

$$\begin{cases} f(x) \leq g^2(x) \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Nel caso in esame la disequazione $\sqrt{x} \leq 1/x$ è equivalente a:

$$\begin{cases} x \leq 1/x^2 \\ x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

Moltiplichiamo entrambi i membri della prima disequazione per x che è certamente positivo e diverso da zero per la terza condizione:

$$\begin{cases} x^3 \leq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq 1.$$

35) C. La somma di due quadrati è nulla se e solo se entrambe le basi sono nulle:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 2x + 3y - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

L'equazione è soddisfatta da un unico punto di coordinate (2; 3).

36) D. Dalla disuguaglianza $a < |a|$ possiamo affermare che $a < 0$, mentre dalla disuguaglianza $|b| < c < |a|$ si ha che $c > 0$, dal momento che è compreso tra due quantità certamente non negative.
Quindi si può sicuramente affermare che, essendo a e c discordi, il prodotto ac non può che essere negativo.

37) B. Il volume del primo cilindro è $V = \pi r^2 h$, dove r e h sono rispettivamente il raggio di base e l'altezza del cilindro.

Il secondo cilindro, che ha altezza $2h$, avrà come raggio $2r$, essendo simile al primo. Il suo volume V' è, quindi:
$V' = \pi(2r)^2\, 2h = 8\pi r^2 h = 8V$
$V' = 8 \cdot 200\ \text{cm}^3 = 1600\ \text{cm}^3$.

38) D. Un elemento d dell'insieme $D=(A \cup B) \cap C$ deve essere sia multiplo di 4 sia multiplo di almeno un numero tra 9 e 6, quindi in quest'ultimo caso certamente multiplo di 3.
Si può così concludere che d è un multiplo di $4 \cdot 3 = 12$.

39) C. Calcoliamo esplicitamente il numero di batteri per ciascuno dei primi giorni in maniera ricorsiva:

$$\begin{cases} 0:100 \\ 1:2\cdot 100 - n = 200 - n \\ 2:2\cdot(200-n) - n = 400 - 3n \end{cases}$$

Imponendo che il numero di batteri al secondo giorno sia 250:
$400 - 3n = 250$,
si ottiene:

$$n = \frac{150}{3} = 50,$$

da cui, procedendo nuovamente per ricorrenza, avremo:

$$\begin{cases} 2:250 \\ 3:2\cdot 250 - 50 = 450 \\ 4:2\cdot 450 - 50 = 850 \end{cases}$$

40) A. Il polinomio x^5-2x-1 si può scomporre con la regola di Ruffini come: $(x+1)\,(x^4-x^3+x^2-x-1)$.
Sostituendo $x=-1$ e $x=1$ nel secondo fattore, questo non si annulla, per cui le rimanenti 4 radici, che esistono in $\mathbf{C}$ per il teorema fondamentale dell'algebra, non sono numeri razionali.

41) A. Il fattore e^x è sempre positivo in $\mathbf{R}$. Invece il fattore $(\cos y - 2)$ risulta sempre negativo in $\mathbf{R}$, in quanto il valore massimo che può assumere la funzione coseno è 1. Quindi la derivata $y'(x)$ risulta sempre negativa nel suo dominio, per cui si può concludere che l'integrale generale dell'equazione differenziale è costituito da una famiglia di funzioni decrescenti.

42) D. Affinché il prodotto dei due numeri estratti sia dispari, in ciascuna estrazione non deve uscire un numero pari. Poiché in ogni singola estrazione la probabilità che esca un numero dispari è:

$$P\left(E_{dispari}\right) = \frac{n_{dispari}}{n_{totali}} = \frac{4}{7}$$

tfa tirocinio **formativo** attivo

La collana è rivolta a quanti desiderano acquisire l'**abilitazione all'insegnamento** nelle scuole e devono pertanto superare gli esami di ammissione previsti dalla normativa sulla formazione del personale docente.

Matematica e Fisica

esercizi commentati

Il volume è costituito da un'**ampia raccolta di quiz** a risposta multipla suddivisi per area disciplinare e corredati da un sintetico ma puntuale **richiamo teorico**.

Le aree trattate sono relative alle principali **conoscenze disciplinari** necessarie per l'insegnamento delle materie per le quali ci si intende abilitare e comprendono anche testi volti alla verifica delle **capacità di comprensione dei testi** e delle competenze linguistiche. Il commento fornito per ciascun quesito favorisce un rapido riepilogo delle **nozioni fondamentali** e consente di **fissare i concetti chiave**.

Il volume comprende inoltre una serie di **esercitazioni finali** per una verifica trasversale delle conoscenze su tutti gli argomenti trattati e le **prove ufficiali** svolte e commentate.

Il testo è completato da un **software di simulazione** mediante cui effettuare infinite esercitazioni.

e11

EdiSES
www.edises.it
info@edises.it

€ 32,00

ISBN 978-88-6584-605-6