Collana a cura di
Patrizia Nissolino

per concorsi nelle forze di **polizia** e nelle forze **armate**

MD 1.1

Concorso

ACCADEMIE MILITARI

Esercito • Marina • Aeronautica

TEORIA E TEST

Manuale completo per le prove concorsuali

- L'Ufficiale delle Forze Armate
- Accertamenti **psico-fisici-attitudinali** e prova di **efficienza fisica**
- Prova scritta di **composizione italiana**
- Prova orale di **Matematica**

in omaggio **software** per effettuare infinite simulazioni

EdiSES

Concorso

ACCADEMIE MILITARI

Esercito · Marina · Aeronautica

☑ TEORIA E TEST

Manuale completo
per le prove concorsuali

EdiSES

Concorso Accademie Militari – Esercito - Marina - Aeronautica – Teoria e test MD 1.1
Copyright © 2016, EdiSES S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0
2020 2019 2018 2017 2016

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale, del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.

L'Editore

FRANCHISING
METODO NISSOLINO® CORSI
Preparazione ai Concorsi

A cura di:
Patrizia Nissolino

Grafica di copertina e redazione: curvilinee
Fotocomposizione: Oltrepagina – Verona
Fotoincisione: R.ES. Centro Prestampa S.n.c. – Napoli
Stampato presso Pittogramma S.r.l. – Napoli
Per conto della EdiSES – Piazza Dante, 89 – Napoli

ISBN 978 88 6584 538 7

www.edises.it
info@edises.it

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi all'indirizzo *redazione@edises.it*

Indice

Parte Prima
Diventare Ufficiale nelle Forze Armate

Capitolo 1 - Le Accademie Militari

1.1 Le Accademie....3
1.2 La struttura organizzativa delle Forze Armate e il personale militare....4
1.3 Le Forze Armate....5
1.3.1 L'Esercito Italiano....5
1.3.2 L'Aeronautica Militare....7
1.3.3 La Marina Militare....9
1.4 I corsi di studio, l'addestramento e gli sbocchi di carriera....10
1.4.1 L'Esercito Italiano....10
1.4.2 L'Aeronuatica Militare....11
1.4.3 La Marina Militare....15
1.5 Il concorso e le prove di selezione....19
1.5.1 Requisiti di partecipazione....19
1.5.2 Iter concorsuale....20
1.6 Come tutelarsi in caso di inidoneità alle varie fasi concorsuali....21
1.6.1 La tutela giurisdizionale come diritto costituzionalmente garantito e tutelato dalla Convenzione Europea dei Diritti dell'Uomo....21
1.6.2 Il concorso pubblico quale "strumento ordinario" di accesso nella P.A. 22
1.6.3 La tutela giurisdizionale quale strumento di ripristino della legalità....22
1.6.4 Avverso cosa si può ricorrere....23
1.6.5 I termini per ricorrere....23
1.6.6 Il concorso pubblico e le sue fasi: le possibilità di ricorso....23
1.6.7 Indizione del bando di concorso....23
1.6.8 Prove preselettive....24
1.6.9 Prove fisiche....24
1.6.10 Prove culturali (selezioni scritte od orali)....24
1.6.11 Accertamenti medici....25
1.6.12 Accertamenti attitudinali....25
1.6.13 Valutazioni dei titoli – graduatorie....25
1.6.14 Esclusioni per mancanza dei requisiti concorsuali....26
1.6.15 Cose da sapere: l'onere della prova grava su chi propone il ricorso....26
1.6.16 Conclusioni....26

Parte Seconda
Accertamenti psico-fisici-attitudinali e prova di efficienza fisica

Capitolo 1 - Procedura di accertamento dei requisiti

1.1 Accertamenti psico-fisici 29
1.1.1 Esercito Italiano....30
1.1.2 Aeronautica Militare 33
1.1.3 Marina Militare 35
1.2 Normativa....38
1.3 La prova di efficienza fisica 43
1.3.1 Esercito Italiano....44
1.3.2 Aeronautica Militare 46
1.3.3 Marina Militare 48
1.4 Gli accertamenti attitudinali....51
1.4.1 Esercito Italiano....54
1.4.2 Aeronautica Militare 54
1.4.3 Marina Militare 56

Capitolo 2 - I test psico-attitudinali

2.1 Introduzione 57
2.2 I test psicologici 57
2.3 Consigli preliminari 59
2.4 Il test del Minnesota Multiphasic Personality Inventory (M.M.P.I.) 60
2.5 Il test del Big Five....85
2.6 Il test di Wartegg 88
2.7 Il test EPQ – 32i: Eysenck Personality Questionnaire 91
2.8 Il test EQ-I (Emotional Quotient Inventory)....94
2.9 Il test del CISS – Coping Inventory for Stressful Situations 97
2.10 Il test del più o meno congeniale 99
2.11 Il Multidimensional personality profile (MPP)....108
2.12 Questionario con affermazioni....112
2.13 Test delle frasi da completare 119
2.13.1 Questionario misto 122
2.14 Consigli utili per i test di completamento....126
2.15 Il test biografico aperto 126
2.16 Test biografico con affermazioni....130
2.17 Biografico (ulteriore tipologia) 133
2.18 Panic test 138
2.19 Test D2R 140
2.20 Il questionario anamnestico 142
2.21 Il colloquio....144
2.21.1 Come comportarsi al colloquio 144
2.21.2 Aree e domande ricorrenti nell'intervista di selezione....144
2.21.3 Come rispondere alle domande 146

2.21.4 Il comportamento non verbale e gli indici della comunicazione....146

Capitolo 3 - I test intellettivi

3.1 Proporzioni con parole....147
3.1.1 Esercizi con proporzioni con parole....150
3.2 Serie numeriche....154
3.2.1 Le sequenze....154
3.2.3 Esercizi con serie numeriche....161
3.3 Serie alfanumeriche....163
3.4 Le serie numeriche nelle configurazioni grafico-geometriche....166
3.4.1 Sequenze con cerchi....166
3.4.2 Sequenze con triangoli e quadrati....168
3.5 Particolari configurazioni grafiche delle serie numeriche e alfanumeriche....170
3.6 Serie logico-visive....176
3.7 Ragionamento critico....188
3.8 I test di ragionamento astratto....198
3.8.1 Il materiale stimolo: figure, forme, tessitura e disposizione spaziale....198
3.8.2 Rotazioni mentali e orientamento spaziale....198
3.8.3 Le serie....201
3.8.4 Le matrici....203
3.8.5 Le proporzioni....205
3.8.6 Esercizi con altre figure....207
3.8.7 Le categorizzazioni e le classificazioni....208
3.8.8 Scomposizione e ricostruzione di figure geometriche tridimensionali....210
3.8.9 I test visivo-spaziali....212
3.8.10 Esercizi relativi al fattore spaziale....217
3.8.11 Esercizi con blocchi da contare....221
3.8.12 Analogie visive....224
3.8.13 Continuare le serie visive....227

Parte Terza
La prova scritta di composizione italiana

Capitolo 1 - La composizione di un tema

1.1 L'iter della prova scritta....247
1.2 Suggerimenti per la prova scritta....248
1.3 Esempi di temi svolti....250
1.4 Tracce assegnate nei precedenti concorsi....260
1.4.1 Esercito....260
1.4.2 Aeronautica....260
1.5 Svolgimento di elaborati assegnati in precedenti concorsi....267
1.5.1 Esercito....267
1.5.2 Aeronautica....270
1.6 Svolgimento di elaborati di cultura generale, storia e attualità....287

Parte Quarta
La prova orale di Matematica

Sezione I - La prova orale

Capitolo 1 - Criteri, modalità e programma della prova orale di matematica

1.1 La prova orale di matematica 307
1.2 Esercito Italiano 307
1.2.1 Programma d'esame di matematica 307
1.2.2 Prova orale di lingua straniera 309
1.3 Aeronautica Militare 309
1.3.1 Prova facoltativa di informatica 309
1.3.2 Accertamento della conoscenza della lingua inglese 310
1.3.3 Programma d'esame di matematica 310
1.3.4 Prova orale facoltativa di ulteriore lingua straniera 313
1.4 Marina Militare 313
1.4.1 Programma d'esame di matematica 314
1.4.2 Prova orale facoltativa di lingua straniera 315

Sezione II - Matematica

Capitolo 1 - Gli insiemi

1.1 Insiemi numerici 317
1.2 Rappresentazioni degli insiemi 318
1.3 Insiemi uguali – insiemi disgiunti 318
1.4 Operazioni con gli insiemi 319
1.4.1 Sottoinsiemi di un insieme 319
1.4.2 Intersezione di insiemi 320
1.4.3 Unione di insiemi 321
1.4.4 Differenza di due insiemi 321
1.5 Insieme delle parti: partizione e ricoprimento 322
1.6 Relazione tra insiemi 323
1.7 Relazioni di equivalenza e di ordine 326
1.8 Equipotenza tra insiemi; insiemi finiti e infiniti 326
1.9 Classi di equivalenza e insieme quoziente 327
1.10 Prodotto cartesiano di due insiemi 327
1.11 Relazioni funzionali: applicazioni 328

Capitolo 2 - Gli insiemi numerici e le operazioni fondamentali

2.1 Insiemi numerici (N, Z, Q, I e R) 331
2.2 Potenze 333
2.3 Potenza di un numero reale ad esponente naturale 333
2.4 Potenza di un numero reale ad esponente relativo 335
2.5 Estrazione di radice 336
2.6 Divisibilità tra numeri; m.c.m. e M.C.D. 337

2.6.1 Criteri di divisibilità 337
2.6.2 Scomposizione di un numero in fattori primi 337
2.6.3 Massimo comune divisore (M.C.D.) e minimo comune multiplo (m.c.m.) 338

Capitolo 3 - Monomi e polinomi
3.1 Introduzione all'algebra 339
3.2 Definizioni e proprietà dei monomi 339
3.3 Operazioni con i monomi 340
3.4 Definizioni e proprietà dei polinomi 342
3.5 Operazioni con i polinomi 343
3.6 Prodotti notevoli 345
3.7 Teorema e regola di Ruffini 347
3.8 Divisibilità dei binomi notevoli 348
3.9 Scomposizione dei polinomi 348
3.10 M.C.D. e m.c.m. di monomi e polinomi 350
3.11 Principio di identità di due polinomi 351

Capitolo 4 - Radicali
4.1 Radice ennesima aritmetica di un numero reale assoluto 352
4.2 Proprietà invariantiva e trasformazioni di radicali 353
4.2.1 Teoremi fondamentali sui radicali 354
4.3 Operazioni sulle radici aritmetiche (radicali ed espressioni irrazionali) 355
4.3.1 Trasporto di fattori o divisori fuori dal segno di radice 355
4.3.2 Trasporto di fattori o divisori sotto il segno di radice 355
4.3.3 Addizione e sottrazione dei radicali 356
4.3.4 Moltiplicazione e divisione dei radicali 356
4.3.5 Elevazione a potenza ed estrazione di radice 357
4.4 Potenza con esponente razionale di un numero reale 357
4.4.1 Le operazioni 357
4.4.2 Confronto tra potenze 360
4.5 La radice nel campo dei numeri relativi. Radicali algebrici 362
4.6 Conclusioni 363

Capitolo 5 - Equazioni algebriche
5.1 Principi della teoria delle equazioni 364
5.2 Nozioni di equivalenza e principi di equivalenza 365
5.3 Equazioni di I grado ad una incognita ($ax + b = 0$) 367
5.4 Sistemi di equazioni di I grado 369
5.5 Problemi di I grado 373
5.6 Equazioni di II grado ad una incogni**ta** ($ax^2 + bx + c = 0$) 374
5.7 Relazioni tra radici e coefficienti di un'equazione di II grado e proprietà (trinomio di II grado) 377
5.8 Regola di Cartesio 379
5.9 Equazioni di grado superiore al II 380
5.9.1 Metodo generale di risoluzione e regola di Ruffini 380
5.9.2 Equazioni binomie 382
5.9.3 Equazioni trinomie. L'equazione biquadratica 382
5.10 Equazioni razionali fratte 383

5.11 Equazioni reciproche 385
5.12 Equazioni irrazionali 387

Capitolo 6 - Disequazioni algebriche

6.1 Disuguaglianze e relative proprietà - Intervalli 390
6.2 Disequazioni, definizioni e proprietà 392
6.2.1 Definizioni 392
6.2.2 Proprietà fondamentale delle disequazioni 394
6.3 Disequazioni lineari (di I grado) 394
6.4 Disequazioni di II grado 396
6.5 Sistemi di disequazioni lineari e di II grado 399
6.6 Disequazioni razionali fratte (frazionarie) 402
6.7 Disequazioni irrazionali 405

Capitolo 7 - Funzioni esponenziali e logaritmiche

7.1 Funzione esponenziale 410
7.2 Definizione di logaritmo 411
7.3 Teoremi sui logaritmi 412
7.4 Sistemi di logaritmi - Tavole di logaritmi 414
7.4.1 Calcolo di espressioni numeriche con i logaritmi 415
7.5 Funzione logaritmica 415
7.6 Equazioni esponenziali 416
7.7 Equazioni logaritmiche 418
7.8 Disequazioni logaritmiche 419
7.9 Disequazioni esponenziali 420

Capitolo 8 - Progressioni – Indici di posizione e calcolo delle probabilità

8.1 Progressioni 422
8.2 Progressioni aritmetiche 422
8.2.1 Termine generico di una progressione aritmetica 423
8.3 Progressioni geometriche 424
8.3.1 Termine generico di una progressione geometrica 425
8.3.2 Prodotto di termini equidistanti dal centro 425
8.3.3 Somma S_n e prodotto P_n dei primi n termini in una progressione geometrica limitata 425
8.4 Inserzione di medi aritmetici e geometrici tra due numeri dati 426
8.5 Problemi sulle progressioni 426
8.6 Indici di posizione 427
8.7 Le medie 427
8.7.1 Media aritmetica semplice 427
8.7.2 Media aritmetica ponderata 428
8.7.3 Media geometrica semplice 428
8.7.4 Media geometrica ponderata 429
8.8 La moda o valore modale 429
8.9 La mediana 429
8.10 Elementi di calcolo delle probabilità 430
8.10.1 Eventi certi, impossibili e casuali 430

8.10.2 Regola della somma 430
8.10.3 Regola del prodotto 431

Capitolo 9 - Geometria piana
9.1 Teorie assiomatiche e geometria euclidea....432
9.1.1 Teorie assiomatiche 432
9.1.2 La geometria euclidea 434
9.2 Figure geometriche piane: proprietà e definizioni 435
9.2.1 Figure geometriche....435
9.2.2 La retta....435
9.2.3 Rette parallele 436
9.2.4 Rette perpendicolari 438
9.2.5 La semiretta....438
9.2.6 I segmenti 438
9.2.7 Piano e semipiano 438
9.2.8 Angoli....439
9.2.9 Luoghi geometrici 440
9.2.10 Linea spezzata 440
9.3 Grandezze geometriche e loro misura: confronto tra grandezze 441
9.3.1 La relazione di congruenza....441
9.3.2 Nozione di equivalenza (equiestensione)....441
9.3.3 Classi di grandezze geometriche 442
9.3.4 Misura delle grandezze geometriche....442
9.3.5 Grandezze proporzionali 443
9.3.6 Lunghezza di un segmento....445
9.3.7 Ampiezza di un angolo....446
9.3.8 Estensione di una superficie 447
9.4 Poligoni....448
9.4.1 Definizioni....448
9.4.2 Proprietà 448
9.4.3 Triangoli 449
9.4.4 Quadrilateri....452
9.4.5 Poligoni regolari....453
9.4.6 Calcolo dell'area e dei perimetri dei poligoni....454
9.5 La congruenza nei poligoni....454
9.5.1 Congruenza....454
9.5.2 Criteri di congruenza nei triangoli 455
9.5.3 Congruenza nei triangoli rettangoli....456
9.5.4 Proprietà del triangolo isoscele 457
9.6 Il teorema di Talete e la similitudine nei poligoni 458
9.6.1 La relazione di similitudine....458
9.6.2 La corrispondenza di Talete....459
9.6.3 Il teorema di Talete....459
9.6.4 Conseguenze ed applicazioni del teorema di Talete....461
9.6.5 La similitudine nei triangoli 463
9.6.6 Poligoni simili 466
9.7 L'equivalenza nei poligoni....467

9.7.1 Equiscomponibilità....467
9.7.2 Equivalenza tra parallelogrammi....467
9.7.3 Equivalenza tra triangoli....468
9.7.4 Equivalenza tra triangoli e quadrilateri....469
9.8 I teoremi di Euclide e di Pitagora....470
9.8.1 Teorema 1° di Euclide (similitudine)....470
9.8.2 Teorema 1° di Euclide (equivalenza)....470
9.8.3 Teorema di Pitagora....472
9.8.4 Teorema 2° di Euclide (similitudine)....472
9.8.5 Teorema 2° di Euclide (equivalenza)....473
9.9 La circonferenza....474
9.9.1 Definizioni e proprietà....474
9.9.2 Posizione reciproca di due circonferenze....475
9.9.3 Posizione reciproca tra circonferenza e retta....476
9.9.4 Angoli al centro e angoli alla circonferenza....477
9.9.5 Poligoni inscritti e poligoni circoscritti....479
9.9.6 Lunghezza della circonferenza....482
9.9.7 Cerchio....483
9.10 Applicazioni della similitudine....484
9.10.1 Teorema delle corde....484
9.10.2 Teorema delle secanti....485
9.10.3 Teorema della tangente e della secante....485
9.10.4 Sezione aurea di un segmento....486
9.10.5 Teorema....486
9.11 Punti notevoli di un triangolo....487
9.11.1 Teorema: gli assi dei lati di un triangolo si incontrano in uno stesso punto detto circoncentro....487
9.11.2 Teorema: le bisettrici degli angoli di un triangolo si incontrano in uno stesso punto detto incentro....487
9.11.3 Teorema: le altezze di un triangolo si incontrano in un punto detto ortocentro....488
9.11.4 Teorema: le mediane di un triangolo si incontrano in un unico punto detto baricentro che divide ognuna di esse in due parti; delle due quella che per estremo ha un vertice è doppia dell'altra....488
Appendice di geometria....489

Capitolo 10 - Geometria dello spazio

10.1 Rette e piani nello spazio....493
10.1.1 Perpendicolarità tra retta e piano....494
10.1.2 Mutue posizioni tra rette e piani nello spazio....497
10.1.3 Mutue posizioni tra piani nello spazio....497
10.1.4 Piano asse di un segmento....498
10.2 Diedri....499
10.2.1 Piano bisettore di un diedro....499
10.3 Triedri....500
10.4 Angoloidi....502
10.5 I poliedri....503

10.5.1 Poliedri regolari 503
10.6 I prismi 503
10.6.1 I parallelepipedi 504
10.7 Le piramidi 504
10.7.1 La piramide retta 505
10.7.2 La piramide regolare 505
10.7.3 Tronco di piramide 505
10.7.4 Estensione solida dei poliedri 507
10.7.5 Equivalenza tra poliedri 507
10.8 Superfici e solidi di rotazione 508
10.8.1 Generalità 508
10.8.2 Superficie cilindrica circolare indefinita 508
10.8.3 Cilindro 508
10.8.4 Superficie conica circolare indefinita 509
10.8.5 Cono 509
10.8.6 Superficie sferica 509
10.8.7 La sfera 510

Capitolo 11 - Geometria analitica

11.1 Coordinate cartesiane sulla retta 515
11.1.1 Ascisse 515
11.1.2 Distanza tra due punti su una retta 515
11.1.3 Punto medio di un segmento su una retta 515
11.2 Coordinate cartesiane nel piano 516
11.2.1 Ascisse e ordinate 516
11.2.2 Distanza fra due punti nel piano 517
12.2.3 Punto medio di un segmento nel piano 518
11.2.4 Trasformazione di coordinate (traslazione degli assi) 519
11.3 Equazione della retta: funzione lineare 519
11.3.1 Equazione esplicita: $y = mx + q$ 519
11.3.2 Distanza di un punto da una retta 521
11.3.3 Rette per un punto dato 522
11.3.4 Retta per due punti dati 523
11.3.5 Fasci di rette 523
11.4 Equazione cartesiana (o generale) 525
11.5 Condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra rette 525
11.5.1 Equazione di rette parallele 525
11.5.2 Equazioni di rette perpendicolari 526
11.6 Le coniche 527
11.7 Circonferenza (equazione cartesiana e canonica) 528
11.8 Parabola 531
11.8.1 Definizione 531
11.8.2 Parabole di equazione: $y = ax^2$ 531
11.8.3 Parabole di equazione: $y = ax^2 + c$ 533
11.8.4 Parabole di equazione: $y = ax^2 + bx$ 534
11.8.5 Parabole di equazione: $y = ax^2 + bx + c$ 535

11.9 Ellisse (equazione canonica) 536
11.10 Iperbole (equazione canonica) 537
11.10.1 Caso particolare $a = b \Rightarrow$ iperbole equilatera 539

Capitolo 12 - Equazioni e disequazioni con termini in valore assoluto, parametriche e logaritmiche
12.1 Valore assoluto 541
12.2 Equazioni e disequazioni in valore assoluto 541
12.2 Equazioni parametriche 544
12.2.1 Equazioni parametriche di primo grado 544
12.2.2 Equazioni parametriche di secondo grado 545
12.3 Disequazioni parametriche 545
12.3.1 Disequazioni parametriche di primo grado 545
12.3.2 Disequazioni parametriche di secondo grado 546
12.4 Sistemi parametrici (studio grafico) 548
12.5 Equazioni di luoghi geometrici 551

Capitolo 13 - Goniometria
13.1 Introduzione 554
13.1.1 Definizione di angolo 555
13.1.2 Riduzione di un arco o di un angolo al primo giro 555
13.2 Misura degli archi e degli angoli circolari 556
13.2.1 Definizione di arco 556
13.2.2 Archi orientati 556
13.2.3 Misura degli archi 556
13.2.4 Passaggio da un sistema di misura ad un altro 557
13.3 Funzioni goniometriche 557
13.3.1 Circonferenza goniometrica 557
13.3.2 Funzioni goniometriche 557
13.3.3 Relazioni tra le funzioni goniometriche 567
13.3.4 Relazione tra le funzioni goniometriche di uno stesso arco, valori particolari (18°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°, 270° e 360°) 569
13.3.5 Relazione tra le funzioni goniometriche di archi superiori a 360°, di archi supplementari, complementari, esplementari, opposti e di archi che differiscono di 90°, 180°, 270° 574
13.4 Formule di addizione e sottrazione degli angoli 579
13.5 Formule di duplicazione 580
13.6 Formule di bisezione 581
13.7 Formule di Prostaferesi 582
13.8 Formule di Werner 583
13.9 Identità goniometriche 584
13.10 Equazioni goniometriche 584
13.10.1 Equazioni elementari con il seno 585
13.10.2 Equazioni elementari con il coseno 586
13.10.3 Equazioni elementari con la tangente 587
13.10.4 Equazioni elementari con la cotangente 588
13.11 Sistemi di equazioni goniometriche 589

13.12 Disequazioni goniometriche 591
13.12.1 Disequazioni elementari 591

Capitolo 14 - Trigonometria

14.1 Definizione 596
14.2 Relazioni tra gli elementi di un triangolo rettangolo 596
14.3 Risoluzione dei triangoli rettangoli 597
14.4 Relazioni tra gli elementi di un triangolo qualunque 599
14.5 Risoluzione di un triangolo qualunque 603
14.6 Altre formule 605
14.7 Applicazioni geodetiche e topografiche 606
14.8 Esercizi svolti 608

Parte Quarta

La prova orale di Matematica

SOMMARIO

Sezione I – La prova orale

Capitolo 1 Criteri, modalità e programma della prova orale di matematica

Sezione II – Matematica

Capitolo 1 Gli insiemi
Capitolo 2 Gli insiemi numerici e le operazioni fondamentali
Capitolo 3 Monomi e polinomi
Capitolo 4 Radicali
Capitolo 5 Equazioni algebriche
Capitolo 6 Disequazioni algebriche
Capitolo 7 Funzioni esponenziali e logaritmiche
Capitolo 8 Progressioni – Indici di posizione e calcolo delle probabilità
Capitolo 9 Geometria piana
Capitolo 10 Geometria dello spazio
Capitolo 11 Geometria analitica
Capitolo 12 Equazioni e disequazioni con termini in valore assoluto, parametriche e logaritmiche
Capitolo 13 Goniometria
Capitolo 14 Trigonometria

Sezione I
La prova orale

Capitolo 1
Criteri, modalità e programma della prova orale di matematica

1.1 La prova orale di matematica

La prova orale di matematica rappresenta la fase finale dell'iter selettivo del concorso per ciascuna Accademia delle tre Forze Armate, Esercito, Marina e Aeronautica. In genere la stessa viene affiancata da una prova facoltativa di lingua straniera; prima delle predette prove i concorrenti hanno già sostenuto la prova per l'accertamento della lingua inglese.
Il programma d'esame di matematica è pressoché uguale per tutte le tre Accademie, come sarà possibile notare di seguito.
Denominatore comune è la suddivisione del programma d'esame in tesi, sulle quali il candidato sarà ascoltato dopo averle estratte a sorte. Questi dovrà dimostrare di aver assimilato i concetti nell'essenza e nelle correlazioni, passando con precisione di linguaggio, con sobrietà di esposizione e con rigore logico, dalla teoria all'applicazione.
Analizzeremo, per ciascuna Forza Armata, la procedura di verifica della preparazione del candidato, il programma, la durata della prova ed il risultato minimo da conseguire per l'idoneità.
Si precisa che questa parte del volume affronta esclusivamente la prova orale di matematica.

1.2 Esercito Italiano

I concorrenti risultati idonei alle prove precedenti saranno sottoposti, in un'unica giornata d'esame, alle prove orali di matematica e di lingua straniera facoltativa, in genere nel mese di luglio.

1.2.1 Programma d'esame di matematica

La prova orale di matematica ha una **durata massima di 30 minuti** e verte su **3** delle 11 tesi proposte, una per ciascun argomento (algebra, geometria e trigonometria) estratte a sorte dal programma di cui alle successive tabelle e si intende superata se il concorrente avrà riportato una votazione di **almeno 18/30**.

ALGEBRA	
TESI 1	estensione degli insiemi numerici (naturali, interi relativi, razionali e reali); proprietà fondamentali delle potenze; espressioni esponenziali; radicali; le frazioni algebriche e le operazioni fra esse
TESI 2	equazioni di primo grado e secondo grado a una incognita ed equazioni riducibili a esse; discussioni delle radici delle equazioni di secondo grado a una incognita; semplici equazioni irrazionali; relazioni fra radici e coefficienti di una equazione di secondo grado; regola di Cartesio
TESI 3	disequazioni di primo grado e di secondo grado riducibili e disequazioni riducibili a esse; sistemi di disequazioni a una incognita; disequazioni frazionarie; disequazioni irrazionali; risoluzione anche mediante la geometria analitica
TESI 4	logaritmi; equazioni logaritmiche ed esponenziali

GEOMETRIA	
TESI 1	coordinate cartesiane nel piano; distanza tra due punti; punto medio di un segmento; concetto di relazione e funzione; dominio e codominio; funzione lineare e funzione di 2° grado; retta: equazione della retta, condizione di ortogonalità e parallelismo fra rette, distanza di un punto da una retta; parabola: equazione della parabola, equazione dell'asse, coordinate del vertice
TESI 2	uguaglianza fra figure piane; punti notevoli del triangolo; la circonferenza; il cerchio; equivalenze fra figure piane; teorema di Pitagora ed Euclide e applicazioni relative; facili problemi su lunghezza di archi di una circonferenza; aree di poligoni (triangoli, parallelogrammi, poligoni regolari, cerchio e sue parti) risolubili anche attraverso l'algebra
TESI 3	teorema di Talete e sue applicazioni; similitudini nel piano; applicazioni delle similitudini a problemi di geometria piana di 1° grado e di 2° grado a una o più incognite
TESI 4	rette e piani nello spazio: ortogonalità e parallelismo; diedri e triedri; angoloidi; calcolo di aree e volumi di figure solide elementari (prisma, cilindro, piramide e cono, tronco di piramide e di cono, sfera e sue parti)

TRIGONOMETRIA	
TESI 1	misura degli archi e degli angoli; coordinate sulla retta e sul piano; definizione delle funzioni goniometriche, loro variazione e rappresentazione grafica; funzioni goniometriche reciproche e inverse; relazione tra le funzioni goniometriche di archi supplementari, complementari, esplementari, opposti e di archi che differiscono di 90 gradi, 180 gradi e 270 gradi; relazione tra le funzioni goniometriche di uno stesso arco; valori delle funzioni goniometriche di archi particolari (18, 30, 45, 60, 90, 180, 270 gradi); uso della calcolatrice per il calcolo delle funzioni goniometriche nota l'ampiezza dell'angolo e viceversa
TESI 2	formule di addizione, di sottrazione, di duplicazione, di bisezione; verifica di identità trigonometriche e risoluzione di equazioni goniometriche anche con l'uso della calcolatrice; risoluzione di semplici sistemi di equazioni goniometriche; risoluzione di disequazioni goniometriche elementari
TESI 3	teoremi sul triangolo rettangolo e applicazioni relative; teoremi relativi a triangoli qualsiasi, dei seni, di Carnot; risoluzione di triangoli qualsiasi anche con l'uso della calcolatrice; applicazioni elementari della trigonometria: alla geometria elementare (area, altezze, mediane e bisettrici di un triangolo); alla topografia (misura dell'altezza di una torre e di una montagna, misura di distanze)

1.2.2 Prova orale di lingua straniera

La prova orale di lingua straniera, scelta tra il francese, lo spagnolo e il tedesco, il cinese, il russo, l'arabo, il persiano-farsi e il serbo-croato, è facoltativa e viene sostenuta dai soli concorrenti che ne hanno fatto richiesta nella domanda di partecipazione al concorso.
La prova, della durata **massima di 15 minuti**, si svolgerà con le seguenti modalità:
– breve colloquio di carattere generale, anche finalizzato alla presentazione del candidato;
– lettura di un brano di senso compiuto, sintesi e valutazione personale;
– conversazione guidata, che abbia come spunto il brano, finalizzata alla valutazione relativa al corretto uso di espressioni di uso quotidiano e formule comuni.

Al termine della prova sarà assegnata una votazione in trentesimi, alla quale corrisponderà l'attribuzione dei seguenti punteggi che saranno utili per la formazione delle graduatorie finali:
– votazione da 0/30 a 17,999/30: punti 0;
– votazione da 18/30 a 20,999/30: punti 2;
– votazione da 21/30 a 23,999/30: punti 4;
– votazione da 24/30 a 26,999/30: punti 6;
– votazione da 27/30 a 30/30: punti 8.

I concorrenti che non intendono più sostenere detta prova facoltativa devono rilasciare dichiarazione scritta di rinuncia; il mancato espletamento di tale prova di lingua straniera non determinerà l'esclusione dal concorso.

1.3 Aeronautica Militare

Alla prova orale di matematica accedono i concorrenti che hanno sostenuto la prova di informatica e successivamente la prova per l'accertamento della lingua inglese riportando il giudizio di idoneità. Il periodo di svolgimento delle prove in argomento è quello tra giugno e settembre, durante i 14 giorni di permanenza presso l'Accademia di Pozzuoli (NA).

1.3.1 Prova facoltativa di informatica

I concorrenti che ne abbiano fatto richiesta nella domanda di partecipazione al concorso sostengono la prova facoltativa di informatica. La prova consisterà nella somministrazione collettiva di questionari a risposta multipla, finalizzati ad accertare il livello di cultura generale nel settore informatico, con particolare riferimento alle caratteristiche hardware e software dei calcolatori attualmente utilizzati.
La prova ha una **durata di 30 minuti** e viene svolta secondo le modalità di dettaglio rese note dalla commissione prima del suo inizio.
A ciascuna risposta esatta corrisponderà un punteggio positivo **(+1)** e a ciascuna risposta errata un punteggio negativo **(-1)**. Alla mancata risposta corrisponderà un punteggio negativo **(-0,25)**.
Il risultato totale così ottenuto attribuirà un punteggio incrementale come di seguito specificato:
– fino a 15,999: punti 0;
– da 16 a 21,999: punti 0,20;
– da 22 a 27,999: punti 0,40;
– da 28 a 33,999: punti 0,60;
– da 34 a 40,000: punti 0,80;
– oltre 40,000: punti 1.

I concorrenti che non intendono più sostenere la prova devono rilasciare apposita dichiarazione scritta di rinuncia senza che la stessa infici la procedura concorsuale.

1.3.2 Accertamento della conoscenza della lingua inglese

All'accertamento della conoscenza della lingua inglese saranno sottoposti i candidati risultati idonei al tirocinio psicoattitudinale e comportamentale, a cura della competente commissione, mediante la somministrazione di un questionario a risposta multipla composto da 40 quesiti. Per ciascuna risposta esatta verranno attribuiti 0,75 punti. La prova si intenderà superata se i concorrenti avranno riportato una votazione **non inferiore a 18/30**.

1.3.3 Programma d'esame di matematica

Il programma d'esame di matematica è suddiviso in gruppi di tesi distinte a seconda del ruolo di interesse. Ogni tesi comprende argomenti di algebra, di geometria e di trigonometria. La prova, della durata **massima di 20 minuti**, verte su **tre quesiti**, predeterminati dalla commissione esaminatrice, tra quelli facenti parte di una delle 12 tesi **estratte a sorte** dal concorrente. La prova si intende superata se il concorrente riporta una votazione **non inferiore a 21/30**.

Ruoli normali del Corpo di Commissariato Aeronautico e del Corpo Sanitario Aeronautico

	ARGOMENTI
1	Calcolo delle funzioni goniometriche degli archi di 18, 30, 45, 60 gradi.
2	Circonferenza, cerchio e relative proprietà.
3	Circonferenza: definizione ed equazione canonica.
4	Condizione di parallelismo e perpendicolarità tra rette.
5	Costruzione del quarto e del medio proporzionale.
6	Definizione di potenza con esponente razionale.
7	Disequazioni algebriche intere e fratte.
8	Distanza di due punti; distanza di un punto da una retta.
9	Elementi di calcolo combinatorio: combinazioni, disposizioni, permutazioni.
10	Ellisse: definizione ed equazione canonica.
11	Equazioni biquadratiche, trinomie, reciproche.
12	Equazione della retta, coefficiente angolare, fasci di rette.
13	Equazioni e disequazioni algebriche intere e fratte.
14	Equazioni e disequazioni irrazionali.
15	Formule di duplicazione e bisezione degli archi.
16	Formule di Prostaferesi.
17	Formule di sottrazione, addizione, duplicazione degli archi.
18	Frequenza relativa e assoluta di un dato statistico. Rappresentazione grafica di una indagine statistica: ideogrammi, istogrammi, ortogrammi.
19	Funzioni trigonometriche di angoli complementari, supplementari, esplementari.
20	Grandezze proporzionali; teorema di Talete e sue conseguenze.
21	Identità ed equazioni goniometriche.
22	Iperbole: definizione ed equazione canonica.

(segue)

ARGOMENTI	
23	Logaritmi: definizioni, proprietà; equazioni e disequazioni logaritmiche.
24	Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
25	Luoghi geometrici; punti notevoli del triangolo.
26	Parabola: definizione ed equazione canonica.
27	Probabilità di un evento. Eventi aleatori. Frequenza di un evento.
28	Progressioni aritmetiche: definizioni e proprietà.
29	Progressioni geometriche: definizioni e proprietà.
30	Rette parallele intersecate da una trasversale.
31	Risoluzione dei triangoli rettangoli.
32	Risoluzione di un triangolo qualunque.
33	Similitudini tra figure piane e applicazioni (teoremi di Euclide, corde e secanti a una circonferenza).
34	Sistemi algebrici di secondo grado.
35	Sistemi di equazioni di grado superiore al primo.
36	Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono.
37	Teorema dei seni e delle proiezioni.
38	Teorema del coseno (Carnot) e delle tangenti.
39	Teoremi di Euclide e di Pitagora.
40	Trapezi e parallelogrammi.
41	Triangoli simili: criteri di similitudine e applicazioni.

ARGOMENTI									
TESI 1	1	12	20	21	23	25	26	29	
TESI 2	2	4	10	13	17	28	35	38	
TESI 3	5	6	8	14	16	22	32	41	
TESI 4	9	12	15	23	26	35	37	39	
TESI 5	8	10	11	20	21	27	31	40	
TESI 6	3	7	12	17	25	32	33	35	
TESI 7	4	6	7	14	16	21	22	24	40
TESI 8	3	11	12	14	15	33	36	37	
TESI 9	8	10	18	21	23	29	32	34	
TESI 10	3	4	5	6	14	17	21	28	39
TESI 11	9	12	13	19	22	23	30	38	
TESI 12	4	14	20	21	26	29	36	37	

Ruoli naviganti normale dell'Arma Aeronautica, specialità pilota, delle Armi dell'Arma Aeronautica e del Corpo del Genio Aeronautico

ARGOMENTI	
1	Angoloidi e relative proprietà.
2	Calcolo delle funzioni goniometriche degli archi di 18, 30, 45, 60 gradi.

(segue)

	ARGOMENTI
3	Circonferenza: definizione ed equazione canonica.
4	Condizione di parallelismo e perpendicolarità tra rette.
5	Diedri, piani perpendicolari.
6	Diedri, piani perpendicolari, rette sghembe.
7	Disequazioni algebriche intere e fratte.
8	Distanza di due punti; distanza di un punto da una retta.
9	Ellisse: definizione ed equazione canonica.
10	Equazioni biquadratiche, trinomie, reciproche.
11	Equazione della retta, coefficiente angolare, fasci di rette.
12	Equazioni e disequazioni irrazionali.
13	Equazioni e sistemi di equazioni goniometriche.
14	Equazione segmentaria della retta.
15	Equivalenza tra solidi: principio di Cavalieri.
16	Figure rotonde: cilindro, cono, sfera.
17	Formule di Briggs.
18	Formule di duplicazione e bisezione degli archi.
19	Formule di Prostaferesi.
20	Formule di sottrazione, addizione, duplicazione degli archi.
21	Funzioni trigonometriche e diangoli complementari, supplementari, esplementari.
22	Grandezze proporzionali; teorema di Talete e sue conseguenze.
23	Identità, equazioni e disequazioni goniometriche.
24	Iperbole: definizione ed equazione canonica.
25	Logaritmi: definizioni, proprietà; equazioni e disequazioni logaritmiche.
26	Lunghezza della circonferenza e area del cerchio.
27	Luoghi geometrici; punti notevoli del triangolo.
28	Parabola: definizione ed equazione canonica.
29	Poliedri, prismi, piramidi, poliedri regolari.
30	Potenza con esponente reale; equazioni e disequazioni esponenziali.
31	Progressioni aritmetiche: definizioni e proprietà.
32	Progressioni geometriche: definizioni e proprietà.
33	Proiezione di una retta sopra un piano non perpendicolare a essa; angolo di una retta con un piano.
34	Rette e piano perpendicolari; rette e piano paralleli.
35	Rette parallele; rette e piano paralleli; piani paralleli.
36	Rette parallele intersecate da una trasversale.
37	Risoluzione di un triangolo qualunque.
38	Sezione aurea di un segmento; lato di un decagono regolare.
39	Similitudini tra figure piane e applicazioni (teoremi di Euclide, corde e secanti a una circonferenza).

(segue)

ARGOMENTI	
40	Sistemi algebrici di secondo grado.
41	Sistemi di equazioni di grado superiore al primo.
42	Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono.
43	Teorema del coseno (Carnot) e delle tangenti.
44	Teoremi di Euclide e di Pitagora.
45	Teorema dei seni e delle proiezioni.
46	Trapezi e parallelogrammi.

ARGOMENTI									
TESI 1	2	11	16	22	23	25	27	28	32
TESI 2	7	8	9	15	20	31	33	41	43
TESI 3	12	14	19	24	27	29	30	35	37
TESI 4	11	18	25	26	28	34	41	44	45
TESI 5	5	8	9	10	17	22	23	30	38
TESI 6	3	6	7	11	20	27	33	37	41
TESI 7	4	7	19	23	24	26	29	30	46
TESI 8	3	6	10	11	12	18	34	39	45
TESI 9	8	9	21	25	26	29	32	37	40
TESI 10	1	3	4	20	23	30	31	33	44
TESI 11	7	11	13	24	25	26	34	36	43
TESI 12	4	12	16	17	22	23	28	32	42

1.3.4 Prova orale facoltativa di ulteriore lingua straniera

I concorrenti idonei nella prova orale di matematica sosterranno la prova orale facoltativa di ulteriore lingua straniera. Al termine della prova sarà assegnata, per ciascuna lingua prescelta, una votazione in trentesimi, alla quale corrisponderà l'attribuzione dei seguenti punti:

– votazione da 0/30 a 20,999/30: punti 0;
– votazione da 21/30 a 23,999/30: punti 0,90;
– votazione da 24/30 a 26,999/30: punti 1,80;
– votazione da 27/30 a 30/30: punti 2,70.

La prova facoltativa potrà essere sostenuta in una lingua, indicata dal concorrente nella domanda di partecipazione al concorso, scelta fra l'arabo, il francese, il russo, lo spagnolo e il tedesco.

1.4 Marina Militare

Accedono alla prova orale di matematica coloro che sono giudicati idonei agli accertamenti attitudinali e quelli con riserva di accertamento degli stessi. Essa viene svolta durante i mesi di luglio/agosto durante gli 8 giorni di permanenza presso l'Accademia di Livorno. Vengono giudicati idonei i concorrenti che riportano un punteggio **non inferiore a 21/30**, utile ai fini della formazione delle graduatorie di merito.

1.4.1 Programma d'esame di matematica

La prova orale di matematica, della durata **massima di 15 minuti**, verterà su almeno **due quesiti**, predeterminati dalla Commissione esaminatrice, ciascuno dei quali facenti parte rispettivamente di una delle 42 tesi di algebra e una delle 42 tesi di trigonometria/geometria precedentemente **estratte a sorte** dal concorrente.

ARGOMENTI			
ALGEBRA		**TRIGONOMETRIA E GEOMETRIA**	
A	Numeri interi e loro proprietà	A	Coordinate cartesiane ortogonali nel piano; posizione reciproca di due rette
B	Potenze di un numero reale	B	Ellisse, iperbole, parabola come luoghi geometrici: equazioni canoniche e loro trasformazione tramite traslazione degli assi cartesiani
C	Identità, equazioni e principi di equivalenza	C	Equazioni di circonferenze e fasci di circonferenze
D	Divisibilità e decomposizione di polinomi	D	Proprietà del polinomio di 2° grado, interpretabili geometricamente nel piano cartesiano
E	Radicali e loro trasformazione	E	Risoluzione di sistemi di equazioni e disequazioni, dipendenti da un parametro, tramite interpretazione geometrica
F	La funzione logaritmo	F	Equazioni di luoghi geometrici nel piano cartesiano
G	La funzione esponenziale	G	Misura degli angoli e degli archi circolari. Funzioni trigonometriche, relazioni fondamentali
H	Equazioni razionali e irrazionali	H	Formule trigonometriche di addizione e moltiplicazione e loro conseguenze
I	Valore assoluto e disequazioni razionali	I	Equazioni e disequazioni trigonometriche
L	Potenze e disequazioni irrazionali	L	Risoluzione di triangoli
M	Equazioni logaritmiche e disequazioni parametriche	M	Luoghi geometrici nel piano
N	Equazioni esponenziali e disequazioni parametriche	N	Congruenza di poligoni
O	Sistemi di equazioni e di disequazioni	O	Parallelogrammi e trapezi
		P	Circonferenza e sue proprietà
		Q	Poligoni inscritti e circoscritti ad una circonferenza: poligoni regolari
		R	Equivalenza e similitudine tra figure piane

TESI					
ALGEBRA			TRIGONOMETRIA E GEOMETRIA		
1=(A.H)	2=(A.I)	3=(A.L)	1=(A.O)	2=(A.P)	3=(B.M)
4=(A.M)	5=(A.N)	6=(A.O)	4=(B.N)	5=(B.P)	6=(B.Q)
7=(B.H)	8=(B.I)	9=(B.L)	7=(B.R)	8=(C.M)	9=(C.N)
10=(B.M)	11=(B.N)	12=(B.O)	10=(C.O)	11=(C.Q)	12=(C.R)
13=(C.H)	14=(C.I)	15=(C.L)	13=(D.M)	14=(D.N)	15=(D.Q)
16=(C.M)	17=(C.N)	18=(C.O)	16=(E.O)	17=(E.P)	18=(E.Q)
19=(D.H)	20=(D.I)	21=(D.L)	19=(E.N)	20=(E.R)	21=(F.M)
22=(D.M)	23=(D.N)	24=(D.O)	22=(F.R)	23=(F.O)	24=(F.P)
25=(E.H)	26=(E.I)	27=(E.L)	25=(F.Q)	26=(G.M)	27=(G.N)
28=(E.M)	29=(E.N)	30=(E.O)	28=(G.O)	29=(G.P)	30=(G.Q)
31=(F.H)	32=(F.I)	33=(F.L)	31=(H.M)	32=(H.R)	33=(H.O)
34=(F.M)	35=(F.N)	36=(F.O)	34=(H.P)	35=(I.M)	36=(I.N)
37=(G.H)	38=(G.I)	39=(G.L)	37=(I.P)	38=(I.Q)	39=(I.R)
40=(G.M)	41=(G.N)	42=(G.O)	40=(L.M)	41=(L.R)	42=(L.P)

1.4.2 Prova orale facoltativa di lingua straniera

La prova orale facoltativa di lingua straniera ha una durata **massima di 15 minuti** e si svolgerà con le modalità già indicate per la prova orale di lingua straniera dell'Esercito.
Ai concorrenti sarà assegnato un punteggio, in relazione al voto conseguito per ciascuna prova sulle lingue prescelte. Il punteggio concorrerà alla formazione delle graduatorie finali del concorso e viene così determinato:

- fino a 20/30: punti 0;
- 21/30: punti 0,05;
- 22/30: punti 0,10;
- 23/30: punti 0,15;
- 24/30: punti 0,20;
- 25/30: punti 0,25;
- 26/30: punti 0,30;
- 27/30: punti 0,35;
- 28/30: punti 0,40;
- 29/30: punti 0,45;
- 30/30: punti 0,50.

Il candidato può scegliere, in sede di compilazione della domanda, di sostenere la prova facoltativa per l'accertamento della conoscenza di **non più di due lingue straniere** di cui una scelta fra il francese, il tedesco e lo spagnolo e una scelta tra le precedenti e l'arabo, il cinese, il croato, l'hindi, il persiano, il russo e il serbo.
Poiché trattasi di prova facoltativa, i concorrenti possono decidere di non sostenerla più purchè rilascino dichiarazione scritta di rinuncia; il mancato espletamento di tale prova di lingua straniera non determinerà l'esclusione dal concorso.

Sezione II
Matematica

Capitolo 1
Gli insiemi

1.1 Insiemi numerici

Generalità e definizioni
In matematica, è fondamentale il concetto di **insieme** perché rappresenta la base dalla quale si sono sviluppate tutte le nostre conoscenze.
Il concetto di insieme è presente in ciascuno di noi come aggregato di più oggetti distinguibili l'uno dall'altro. Tuttavia, per i nostri studi, più che l'insieme dal punto di vista concettuale, interessa sapere se un elemento appartiene o meno all'insieme.

Esempi di insiemi sono:
- Insieme delle consonanti.
- Insieme dei calciatori che giocano nella squadra di calcio della Roma.
- Insieme dei numeri divisibili per 5.
- Insieme degli abitanti di Napoli.
- Insieme delle lettere e dei numeri.
- Insieme delle Alpi e degli Oceani.

Come si può vedere dagli esempi fatti, non è necessario che gli elementi di un insieme siano omogenei tra loro, quello che conta è stabilire se appartengano o meno all'insieme in esame.
Ai fini dello studio della matematica, gli insiemi che interessano, chiaramente, sono quelli costituiti da numeri che pertanto chiameremo **insiemi numerici**.
Per indicare gli insiemi si adoperano le lettere maiuscole, mentre per indicare gli elementi quelle minuscole.
Per indicare che un elemento x appartiene ad un insieme A si scrive:

$$x \in A$$

Per indicare invece che un elemento x non appartiene a B si scrive:

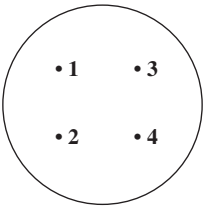
$$x \notin B$$

1.2 Rappresentazioni degli insiemi

La rappresentazione di un insieme può essere di tre tipi diversi.

a) *Rappresentazione tabulare*
Tale rappresentazione sussiste nello scrivere tutti gli elementi dell'insieme racchiusi tra parentesi graffe.
➤ $A = \{1, 2, 3, 4\}$

b) *Rappresentazione grafica*
Tale rappresentazione consiste nel tracciare una linea chiusa sul piano e indicare in essa gli elementi dell'insieme per mezzo di punti interni al fianco dei quali c'è il nome dell'elemento.
➤ Con riferimento all'esempio della rappresentazione tabulare:



c) *Rappresentazione caratteristica*
Tale rappresentazione consiste nell'indicare una proprietà che caratterizza tutti gli elementi dell'insieme in modo che tali elementi godano tutti della medesima proprietà caratteristica.
➤ Con riferimento all'esempio della rappresentazione tabulare:

$$A = \{x \mid x \text{ è un numero intero compreso tra 0 e 5}\}$$

e si legge "*A è l'insieme degli x tali che x è un intero compreso tra zero e cinque*".

Esempi di rappresentazioni caratteristiche e tabulari:

$$B = \{x \mid x \in \mathrm{N} \text{ e } x \leq 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$
$$C = \{x \mid x \text{ è una vocale della parola "abito"}\} = \{\mathrm{a}, \mathrm{i}, \mathrm{o}\}$$

1.3 Insiemi uguali – insiemi disgiunti

Due insiemi ***A*** e ***B*** si dicono uguali (o identici) quando sono formati dagli "stessi elementi", e si scrive:

$$A = B$$

Dunque due insiemi sono uguali se ogni elemento dell'uno è anche elemento dell'altro (indipendentemente dall'ordine) e viceversa.
➤ $\{a, s, r\} = \{r, a, s\}$

Due insiemi ***A*** e ***B*** che non siano uguali si dicono disuguali e si scrive:

$$A \neq B$$

In questo caso vi è almeno un elemento di un insieme che non appartiene all'altro.

Si dà inoltre la seguente definizione:

Due insiemi ***A*** e ***B*** si dicono disgiunti quando non hanno elementi in comune.

➤ Gli insiemi $A = \{2, 3, 7\}$ e $B = \{a, b\}$ sono disgiunti, mentre gli insiemi $C = \{1, 2, 3\}$ e $D = \{2, 3, 4\}$ non lo sono.

1.4 Operazioni con gli insiemi

1.4.1 Sottoinsiemi di un insieme

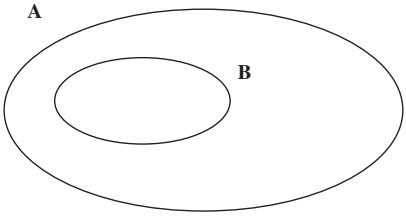
Dati due insiemi ***A*** e ***B***, se ogni elemento di ***B*** è anche elemento di ***A***, si dice che ***B*** è un sottoinsieme di ***A***.
Si dice anche che "*B è contenuto o incluso in A*" e, per indicare ciò, si scrive:

$$B \subseteq A$$

Questa situazione si può anche esprimere dicendo che "*A contiene B*", scrivendo:

$$A \supseteq B$$

I simboli $\subseteq$, $\supseteq$ si chiamano **simboli di inclusione.**
La rappresentazione grafica di $B \subseteq A$ è data dalla seguente figura:



Se risulta $A \subseteq B$ e $A \neq B$, si dice che A è **strettamente incluso** in B, e si scrive:

$$A \subset B$$

Il simbolo $\subset$ è detto di *inclusione stretta*.

Come secondo esempio, supponiamo che A sia l'insieme degli alunni di una data classe.
La proprietà di "*avere il cognome che comincia per M*" determina un certo insieme B che risulta essere un sottoinsieme di A.
Se avvenisse che tutti gli allievi di quella classe avessero il cognome che comincia con la lettera M, allora l'insieme B non sarebbe altro che l'insieme A stesso.
Ebbene anche in questo caso, si continua a dire che B, ossia A, è un sottoinsieme di A; in altre parole: **fra i sottoinsiemi di *A* si considera *A* stesso.**
Però, può anche accadere che nessun alunno di quella classe abbia il cognome che cominci con la lettera M. In tal caso, l'insieme B è un insieme *privo di elementi*. Ebbene, in questo caso, l'insieme B è detto **insieme vuoto** e si definisce insieme che non contiene alcun elemento. Esso si indica con il simbolo Ø, oppure con il simbolo { }.
Si conviene di considerare l'insieme vuoto come sottoinsieme di ogni insieme.
Si chiama **insieme singolo**, o **insieme unitario**, *un insieme formato da un solo elemento*, e si indica, per esempio, con $\{a\}$; tale insieme non va confuso con l'unico elemento a, che gli appartiene.

Si chiama **coppia** *l'insieme* $\{a, b\}$ *formato da due elementi distinti.*

NOTA. Si badi a **non confondere** i simboli $\in$ e $\subset$. Il primo esprime un legame "*tra un elemento e un insieme*", il secondo esprime un legame "*tra due insiemi*".

1.4.2 Intersezione di insiemi

Si chiama "intersezione" di due insiemi ***A*** e ***B*** l'insieme formato dagli elementi che stanno "simultaneamente" tanto in ***A*** quanto in ***B***.

Tale insieme si denota con la scrittura:

$$A \cap B$$

che si legge "*A intersezione B*".
In simboli, si ha:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$$

In modo del tutto analogo si definisce l'intersezione di tre o più insiemi.

➤ $\{1, 2, 3\} \cap \{1, 4\} = \{1\}$

➤ Siano:

$$A = \{x \mid x \in \mathrm{N} \text{ e } 8 \leq x \leq 10\}$$
$$B = \{x \mid x \in \mathrm{N} \text{ e } 5 \leq x \leq 10\}$$

Risulta:

$$A \cap B = \{x \mid x \in \mathrm{N} \text{ e } 8 \leq x \leq 10\} = \{8, 9, 10\}$$

Nel caso che i due insiemi siano *disgiunti*, allora la loro intersezione è evidentemente l'insieme vuoto:

$$A \cap B = \emptyset$$

➤ L'intersezione di due rette parallele distinte è l'insieme vuoto.

Sono evidenti le seguenti proprietà:

1ª) Proprietà commutativa. *L'intersezione di due insiemi non dipende dall'ordine degli insiemi; cioè:*

$$A \cap B = B \cap A$$

2ª) Proprietà associativa. *L'intersezione di tre insiemi non cambia comunque si intersecano gli insiemi, lasciando però inalterato il loro ordine; cioè:*

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Collana a cura di Patrizia Nissolino

Concorso
ACCADEMIE MILITARI
Esercito • Marina • Aeronautica

Il volume si rivolge a coloro che devono prepararsi a tutte le fasi successive a quella iniziale di selezione o preselezione per l'accesso ai corsi per Ufficiale del ruolo normale delle tre Forze Armate, Accademia di Modena dell'Esercito Italiano, Accademia di Pozzuoli dell'Aeronautica Militare e Accademia Navale di Livorno della Marina Militare. Il testo è articolato in Parti.

Parte I – Diventare Ufficiale nelle Forze Armate
Indicazioni sulle Forze Armate e sulle Accademie Militari; prove concorsuali; consigli per la tutela all'inidoneità.

Parte II – Accertamenti psico-fisici-attitudinali e prova di efficienza fisica
Illustrazione degli **accertamenti psico-fisici-attitudinali** e della **prova di efficienza fisica** per ciascuna Forza Armata; esposizione dei test della personalità e intellettivi e della normativa di riferimento sulle direttive tecniche per l'accertamento delle imperfezioni e infermità che sono causa di non idoneità al servizio militare.

Parte III – La prova scritta di composizione italiana
Suggerimenti sulla **composizione di un elaborato di italiano**; sviluppo di numerosi temi.

Parte IV – La prova orale di matematica
Trattazione del **programma di matematica** (algebra, geometria e trigonometria) sviluppato argomento per argomento sulla base delle indicazioni del bando.

Registrati sul nostro sito: grazie al **software gratuito** potrai effettuare infinite simulazioni di test attitudinali.

Per la preselezione

EI1.1 – Concorso Accademia Militare di Modena
Teoria e test per la prova scritta di preselezione e di selezione culturale

MM1.1 – Concorso Accademia Navale di Livorno
Teoria e test per la prova di selezione culturale

AM1.1 – Concorso Accademia di Pozzuoli
Teoria e test per la prova di preselezione e di selezione culturale

Per essere sempre aggiornato seguici su Facebook
facebook.com/infoconcorsi
Clicca su mi piace per ricevere gli aggiornamenti.

EdiSES
www.edises.it
info@edises.it

ISBN 978-88-6584-538-7
€ 30,00