

Domenico Scannicchio  
FISICA BIOMEDICA - IV edizione  
Copyright © 2020, EdiSES Edizioni S.r.l. – Napoli

9 8 7 6 5 4 3 2 1  
2024 2023 2022 2021

Le cifre sulla destra indicano il numero e l'anno dell'ultima ristampa effettuata

*A norma di legge è vietata la riproduzione, anche parziale,  
del presente volume o di parte di esso con qualsiasi mezzo.*

L'Editore

*L'Editore ha effettuato quanto in suo potere per richiedere  
il permesso di riproduzione del materiale di cui non è titolare  
del copyright e resta comunque a disposizione di tutti  
gli eventuali aventi diritto.*

*Fotocomposizione:* V colore di Francesco Omaggio

*Stampato presso:*

Tipografia Sograte S.r.l.  
Zona Ind. Regnano – Città di Castello (PG)

*Per conto della*

EdiSES Edizioni S.r.l. – Piazza Dante, 89 – Napoli

**[www.edisesuniversita.it](http://www.edisesuniversita.it)**

**[assistenza.edises.it](http://assistenza.edises.it)**

ISBN 978 88 3623 019 8

---

I curatori, l'editore e tutti coloro in qualche modo coinvolti nella preparazione o pubblicazione di quest'opera hanno posto il massimo impegno per garantire che le informazioni ivi contenute siano corrette, compatibilmente con le conoscenze disponibili al momento della stampa; essi, tuttavia, non possono essere ritenuti responsabili dei risultati dell'utilizzo di tali informazioni e restano a disposizione per integrare la citazione delle fonti, qualora incompleta o imprecisa.

Realizzare un libro è un'operazione complessa e, nonostante la cura e l'attenzione poste dagli autori e da tutti gli addetti coinvolti nella lavorazione dei testi, l'esperienza ci insegna che è praticamente impossibile pubblicare un volume privo di imprecisioni. Saremo grati ai lettori che vorranno inviarci le loro segnalazioni e/o suggerimenti migliorativi sulla piattaforma [assistenza.edises.it](http://assistenza.edises.it)

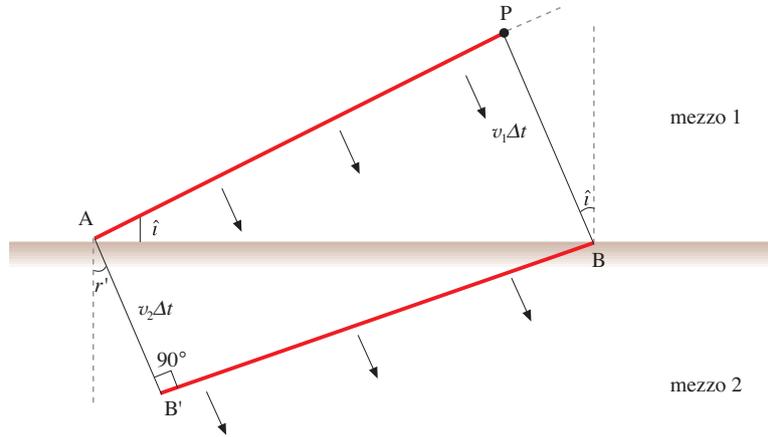
**Figura 12.20**

Un'onda piana incide su un piano che separa due mezzi. Il principio di Huygens permette di ottenere la legge della rifrazione. La superficie d'onda incidente  $\overline{AP}$  interseca inizialmente il piano in A e, dopo un intervallo di tempo  $\Delta t$ , l'onda elementare di Huygens proveniente da P con velocità  $v_1$  giunge in B. Nello stesso intervallo di tempo, l'onda elementare emessa in A nel secondo mezzo giunge in B' e BB' è il fronte d'onda rifratto. Con semplici relazioni trigonometriche si ottiene:

$$\overline{AP} \sin \hat{i} = v_1 \Delta t \quad \text{e}$$

$$\overline{AP} \sin \hat{r}' = v_2 \Delta t.$$

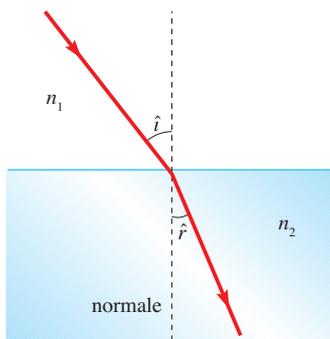
Eseguidone il rapporto membro a membro, si ottiene la legge della rifrazione (12.25).



una riflessione: si ha allora il fenomeno della **riflessione totale** del raggio incidente, mostrato in Figura 12.22. La condizione di riflessione totale, che individua l'angolo limite, è ovviamente:

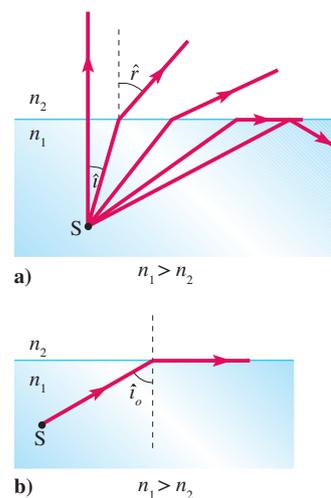
$$\frac{\sin \hat{i}_o}{\sin 90^\circ} = n_{12}, \quad \text{da cui} \quad \sin \hat{i}_o = \frac{n_2}{n_1} \quad (n_1 > n_2). \quad (12.26)$$

Nel caso delle onde elettromagnetiche, in particolare la luce, poiché la loro velocità nel vuoto è la massima velocità consentita in natura, indicata solitamente con la lettera  $c$  (circa  $3 \cdot 10^5$  km/s), si definisce un **indice di rifrazione assoluto**  $n = 1$  per la loro propagazione nel vuoto. L'indice di rifrazione relativo della luce viene quindi riferito a quello del vuoto ed è sempre maggiore di uno (§20.12 e §21.2).



**Figura 12.21**

Rifrazione del raggio di propagazione di un fenomeno ondulatorio tra due mezzi di indice di rifrazione  $n_1$  ed  $n_2$  diversi.



**Figura 12.22**

Il fenomeno della riflessione totale si ha quando il raggio incidente passa da un mezzo a maggior indice di rifrazione (velocità di propagazione minore) a uno con indice di rifrazione minore (velocità di propagazione maggiore).

dove  $v = 340$  m/s, che per  $k = 0$  fornisce  $v_0 = 3400$  Hz. Che la frequenza fondamentale di risonanza sia compresa tra 3000 Hz e 4000 Hz viene confermato dalla Figura 14.1, da cui si deduce che la sensibilità dell'orecchio è massima appunto in questo intervallo di frequenze. Nei bambini, in cui la lunghezza del canale è minore, la frequenza fondamentale di risonanza assume valori più elevati ed è per questo che sono più sensibili alle frequenze elevate, riuscendo a dormire in presenza di una conversazione tra adulti, mentre sono svegliati bruscamente da un tintinnio di posate o di un mazzo di chiavi.

Se la membrana timpanica fosse rigida, il canale auricolare risuonerebbe solo alla frequenza di 3400 Hz o multipli dispari di questo valore e, quindi, l'orecchio percepirebbe solo suoni ad alcune determinate frequenze. In realtà la membrana timpanica è abbastanza elastica da causare risonanze anche a frequenze inferiori o superiori a quelle date dalla (14.6).

Nell'**orecchio medio** la funzione dei tre ossicini, martello, incudine e staffa, è quella di trasmettere la vibrazione sonora alla **finestra ovale** amplificandola. Questa catena di ossicini si comporta come una leva vantaggiosa del 1° tipo in cui la distanza  $\delta_t$  tra timpano e fulcro è circa tre volte la distanza  $\delta_f$  tra la finestra ovale e il fulcro (Figura 14.4). La condizione di equilibrio (4.5) nel nostro caso diventa:

$$\frac{F_t}{F_f} = \frac{\delta_f}{\delta_t} = \frac{1}{3}, \quad (14.7)$$

da cui, essendo l'area del timpano  $A_t$  circa 20 volte maggiore di quella  $A_f$  della finestra ovale, si ottiene un fattore di amplificazione della pressione sulla finestra ovale pari a:

$$\frac{\Delta p_f}{\Delta p_t} = \frac{F_t S_t}{F_f S_f} = \frac{\delta_t S_t}{\delta_f S_f} = 3 \cdot 20 = 60. \quad (14.8)$$

Questo fattore di amplificazione è necessario per poter compensare la perdita di intensità sonora che altrimenti si avrebbe al passaggio dall'aria al liquido nell'orecchio interno. Il sistema di ossicini costituisce quindi nel suo insieme un «*adattatore di impedenza*<sup>1</sup>». Infatti l'**orecchio interno** (Figure 14.2 e 14.3) è costituito da una struttura canaliforme lunga circa 3.5 cm, avvolta a spirale (**coclea**), che, srotolata, è schematizzata in Figura 14.5. Al suo interno, lungo tutta la sua lunghezza, è disposta una membrana, la **membrana basilare**, di fondamentale importanza per la trasduzione del suono in segnali nervosi. Su di essa è infatti disposto l'**organo del Corti**, che contiene, tra l'altro, le cellule recettrici da cui si originano i prolungamenti che danno luogo alle fibre del nervo acustico. Questi recettori (**cellule capellute**) si trovano lungo la membrana basilare per tutta la sua lunghezza e possiedono, ciascuno, un lungo ciglio, il cui piegamento stimola le cellule stesse e innesca, alla fine, i potenziali lungo il nervo acustico. Le cellule ciliate sono tese, a contatto con un'altra membrana che copre il sistema (**membrana tectoria**) (Figura 14.3c). Tutto il sistema è riempito di liquido (**perilinf**a ed **endolinf**a) che si può ritenere incompressibile. Per una descrizione più dettagliata della coclea si rimanda il lettore ai testi di Anatomia.

Per avere la migliore efficienza di trasmissione dall'orecchio medio a quello interno, è necessario che l'energia sonora non venga dispersa e quindi che l'intensità sonora in aria sia uguale a quella nel liquido dell'orecchio interno, che per

---

### Orecchio medio

---

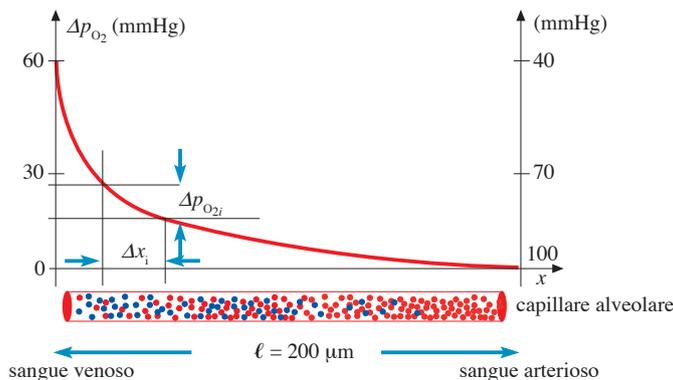
### Orecchio interno

<sup>1</sup> Analogamente all'impedenza meccanica (§8.5b) e all'impedenza elettrica (§20.10) si può definire un'**impedenza acustica** relativa alla trasmissione di onde sonore in mezzi liberi o attraverso le interfacce tra due mezzi diversi come descritto nel §E13.1, consultabile negli [Ulteriori approfondimenti in ebook](#) .

viene determinato da un *gradiente (variazione) efficace* di pressione parziale che si ottiene mediando la variazione di pressione parziale lungo il percorso capillare. Assumendo tale percorso di circa 200  $\mu\text{m}$  si ottiene un valore medio:

$$\overline{\Delta p_{\text{O}_2}} = \frac{1}{\ell} \sum_i (\Delta p_{\text{O}_2})_i \Delta X_i = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \Delta p_{\text{O}_2} dx \approx 15 \text{ mmHg} \quad (15.40)$$

Per eseguire il calcolo del flusso di  $\text{O}_2$  attraverso la membrana capillare si deve assumere questo dato medio (valore efficace di gradiente di  $p_{\text{O}_2} = 15 \text{ mmHg}$ ).



**Figura 15.22**

Andamento della variazione di pressione parziale di ossigeno lungo il percorso del capillare intorno all'alveolo.

**Tabella 15.9** Composizione dell'aria inspirata secca e dell'aria alveolare

GAS	ARIA INSPIRATA		ARIA ALVEOLARE	
	composizione%	pressione parziale	composizione%	pressione parziale
$\text{N}_2$	79.04%	600.7 mmHg	80.4%	573.2 mmHg
$\text{O}_2$	20.92%	159.0 mmHg	14.0%	99.8 mmHg
$\text{CO}_2$	0.04%	0.3 mmHg	5.6%	40.0 mmHg
$\text{H}_2\text{O}$	0	0	—	47.00 mmHg
	<b>100%</b>	<b>760.0 mmHg</b>		<b>760.00 mmHg</b>

Sulla base dei dati della Tabella 15.9 possiamo valutare l'efficacia della semplice diffusione, per esempio nell'ossigenazione del sangue venoso, ricorrendo alla legge di Henry (15.37). Il volume di ossigeno che si scioglie in 100 ml di sangue venoso, essendo nell'alveolo  $p_{\text{O}_2} = 99.8 \text{ mmHg}$  e supponendo il sangue costituito in pratica da acqua, risulta essere:

$$V_{\text{O}_2} = s p_{\text{O}_2} = 2.3 \cdot \frac{99.8}{760} = 0.3 \text{ ml}, \quad (15.41)$$

per ogni 100 ml di sangue, dove  $s = 2.3 \text{ cm}^3/\text{atm}$  è il coefficiente di solubilità dell' $\text{O}_2$  in acqua (Tabella 15.7) riferito ad 1 atmosfera e  $p_{\text{O}_2}$  è la pressione parziale di ossigeno espressa in atmosfere. In un litro di sangue si scioglie dunque, per la legge di Henry, un volume di 3  $\text{cm}^3$  di ossigeno. Confrontiamo questo valore con le necessità dell'organismo. La minima quantità di energia necessaria a mantenere le sole funzioni vitali dell'organismo, chiamata metabolismo basale, per un soggetto normale adulto è di circa 50  $\text{kcal ora}^{-1}\text{m}^{-2}$ . La superficie corporea media per lo stesso soggetto è di circa 2  $\text{m}^2$ , mentre il calore di combustione sviluppato da un

## 17.12 CARICA E SCARICA DI UN CONDENSATORE

Abbiamo visto nel §17.6 che un condensatore è costituito da due conduttori separati da materiale isolante (chiamato dielettrico). Il passaggio di corrente elettrica continua tra le due armature del condensatore è quindi impedito. Se un condensatore è inserito in un circuito contenente un generatore di d.d.p., non si ha passaggio di corrente nel circuito salvo che in una fase transiente che segue l'istante di chiusura del circuito, durante la quale il condensatore si **carica**, cioè acquisisce sulle proprie armature cariche positive e negative. Per caricare il condensatore è necessario trasferire delle cariche su un'armatura e sull'altra. Ciò viene fatto a spese del lavoro compiuto dal generatore.

Quando il circuito (Figura 17.27) è aperto (interruttore T aperto), in esso non passa corrente ( $i = 0$ ). Chiudendo il circuito, le cariche elettriche tendono a fluire da un polo all'altro del generatore attraverso il circuito comprendente la resistenza  $R$  e il condensatore  $C$  ( $i \neq 0$ ). Tuttavia, poiché il condensatore impedisce il passaggio delle cariche elettriche, queste si accumulano sulle sue armature sempre più lentamente man mano che aumenta la d.d.p. tra queste. Quando si è accumulata una quantità di carica elettrica totale pari a  $Q = CV_o$ , dove  $V_o$  è la f.e.m. del generatore, il passaggio di corrente nel circuito cessa completamente ( $i = 0$ ). A questo punto si dice che il condensatore è carico.

Dunque tra la chiusura del circuito e il raggiungimento dello stato di carica del condensatore, la carica elettrica presente sulle armature del condensatore e l'intensità  $i$  della corrente che passa attraverso la resistenza sono funzioni del tempo.

Per ottenere la legge di carica del condensatore è necessario ricorrere al calcolo integro-differenziale. Chiamiamo  $V_R(t)$  e  $V_C(t)$  le d.d.p., rispettivamente, ai capi della resistenza  $R$  e del condensatore  $C$  in un generico istante  $t$ . Dovendo essere sempre  $V_R(t) + V_C(t) = V_o$ , poiché  $V_R(t) = R i(t)$  e  $V_C(t) = q(t)/C$ , si può scrivere:

$$R i(t) + \frac{1}{C} q(t) = V_o. \quad (17.54)$$

Ricordando dalla (17.33) che  $i = dq/dt$  e tralasciando di scrivere esplicitamente la dipendenza temporale, la (17.54) diventa:

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_o, \quad (17.55)$$

che possiamo scrivere anche come:

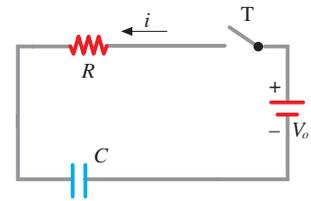
$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} + \frac{V_o}{R}. \quad (17.56)$$

Per risolvere questa equazione differenziale e trovare l'espressione  $q = q(t)$ , riscriviamo la (17.56) nella forma:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC}(q - V_o C),$$

ed essendo:

$$\frac{d(V_o C)}{dt} = 0,$$



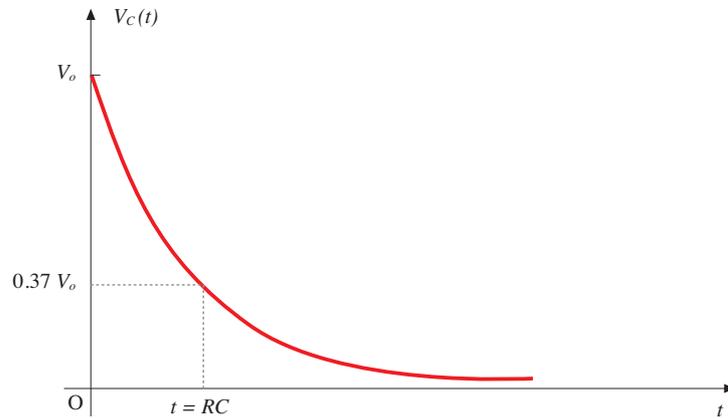
**Figura 17.27**

Circuito RC. Alla chiusura dell'interruttore T, la batteria carica le armature del condensatore fino a che queste raggiungono una d.d.p. uguale a  $V_o$ , cioè hanno accumulato una carica  $Q = CV_o$ .

Carica del condensatore

**Figura 17.31**

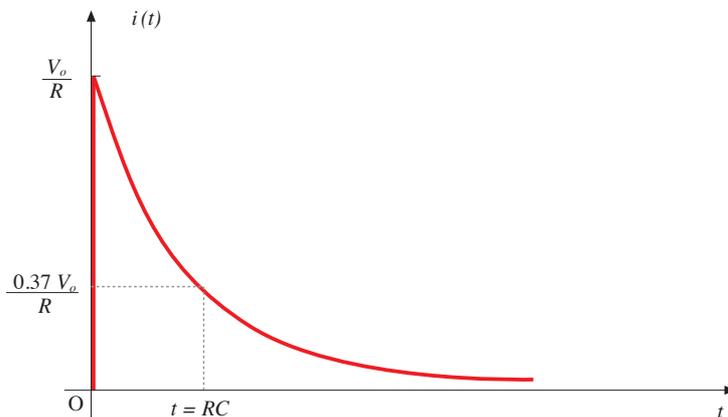
Processo di scarica del condensatore: la d.d.p. tra le armature ( $V_C$ ) diminuisce esponenzialmente nel tempo con una costante di tempo pari a  $RC$  fino a raggiungere il valore asintotico zero.



Nelle Figure 17.31 e 17.32 è appunto mostrato il valore delle funzioni (17.63) per  $t$  uguale alla costante di tempo del circuito: questa dunque è un indice della rapidità con cui decresce la grandezza rappresentata.

**Figura 17.32**

Scarica del condensatore: alla chiusura dell'interruttore  $T$ , si ha un istantaneo passaggio di corrente elettrica nel circuito, che diminuisce esponenzialmente con una costante di tempo pari a  $RC$  fino ad annullarsi asintoticamente.



Abbiamo visto che la presenza di un condensatore in un circuito comporta, almeno alla chiusura e all'apertura del circuito, variazioni temporali dell'intensità di corrente nel circuito stesso. Per comprendere i complessi fenomeni che si originano in presenza di **correnti variabili nel tempo** è necessario sviluppare ulteriori nozioni concernenti sia campi elettrici **non elettrostatici**, sia correnti elettriche stazionarie e non stazionarie (alternate), argomenti svolti nel Capitolo 20.

La membrana, ad esempio quella dell'assone, è un relativamente buon isolante (Tabella 17.3) che separa due soluzioni elettrolitiche: l'insieme è descrivibile e si comporta come un condensatore. Come vedremo nel capitolo successivo, la membrana cellulare è descrivibile dal punto di vista elettrico con un circuito composto da resistenze, condensatori e generatori di potenziale elettrico.

## NOTA E18.2

## DEDUZIONE DELL'EQUAZIONE DI GOLDMAN

Ipotizzando che la somma dei flussi totali di potassio e di sodio sia nulla abbiamo dalla (E18.10):

$$J_{Na}(\text{totale}) + J_K(\text{totale}) = 0 \quad (\text{E18.14})$$

$$\frac{ZFV_m}{RT} P_{Na} \frac{\{Na\}_i e^{-\frac{ZFV_m}{RT}} - \{Na\}_e}{\left(e^{-\frac{ZF}{RT}} - 1\right)} + \frac{ZFV_m}{RT} P_K \frac{\{K\}_i e^{-\frac{ZFV_m}{RT}} - \{K\}_e}{\left(e^{-\frac{ZF}{RT}} - 1\right)} = 0 \quad (\text{E18.15})$$

Semplificando i denominatori si ottiene:

$$P_{Na} \left[ \{Na\}_i e^{\frac{ZFV_m}{RT}} - \{Na\}_e \right] + P_K \left[ \{K\}_i e^{\frac{ZFV_m}{RT}} - \{K\}_e \right] = 0 \quad (\text{E18.16})$$

e quindi:

$$e^{\frac{ZFV_m}{RT}} \left[ P_{Na} \{Na\}_i + P_K \{K\}_i \right] = \left[ P_{Na} \{Na\}_e + P_K \{K\}_e \right], \quad (\text{E18.17})$$

che diventa:

$$e^{\frac{ZFV_m}{RT}} = \frac{\left[ P_{Na} \{Na\}_e + P_K \{K\}_e \right]}{\left[ P_{Na} \{Na\}_i + P_K \{K\}_i \right]}, \quad (\text{E18.18})$$

cioè facendo il logaritmo naturale di entrambi i membri:

$$\frac{ZF}{RT} V_m = \ln \frac{\left[ P_{Na} \{Na\}_e + P_K \{K\}_e \right]}{\left[ P_{Na} \{Na\}_i + P_K \{K\}_i \right]}, \quad (\text{E18.19})$$

da cui l'equazione di Goldman:

$$V_m = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{\left[ P_{Na} \{Na\}_e + P_K \{K\}_e \right]}{\left[ P_{Na} \{Na\}_i + P_K \{K\}_i \right]}, \quad (\text{E18.20})$$

che possiamo riscrivere come la (18.38):

$$V_m = \frac{RT}{ZF} \ln \left[ \frac{\left\{ K \right\}_e + \frac{P_{Na}}{P_K} \left\{ Na \right\}_e}{\left\{ K \right\}_i + \frac{P_{Na}}{P_K} \left\{ Na \right\}_i} \right] \quad (\text{E18.21})$$

Il modello della pompa sodio-potassio qui descritto può essere esteso anche ad altri ioni considerando nullo il flusso totale sommato su tutti gli ioni del modello: ad esempio coinvolgendo nel meccanismo anche il cloro (ione con  $Z$  negativo, che comporta ovvie differenze rispetto al sodio e al potassio), si ottiene l'equazione di Goldman estesa:

$$J_{Na}(\text{totale}) + J_K(\text{totale}) + J_{Cl}(\text{totale}) + \dots = 0 \quad (\text{E18.22})$$

da cui:

$$V_m = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{\left[ P_{Na} \{Na\}_e + P_K \{K\}_e - P_{Cl} \{Cl\}_i + \dots \right]}{\left[ P_{Na} \{Na\}_i + P_K \{K\}_i - P_{Cl} \{Cl\}_e + \dots \right]}.$$

**ESEMPIO E18.2 Rapporto  $P_{Na}/P_K$  in cellule eccitabili**

Ricavare il rapporto  $P_{Na}/P_K$  con i dati di Figura E18.2 e utilizzando le equazioni di equilibrio di Nernst e di Goldman.

**Soluzione** Dalle 18.29 e 18.38 abbiamo che:

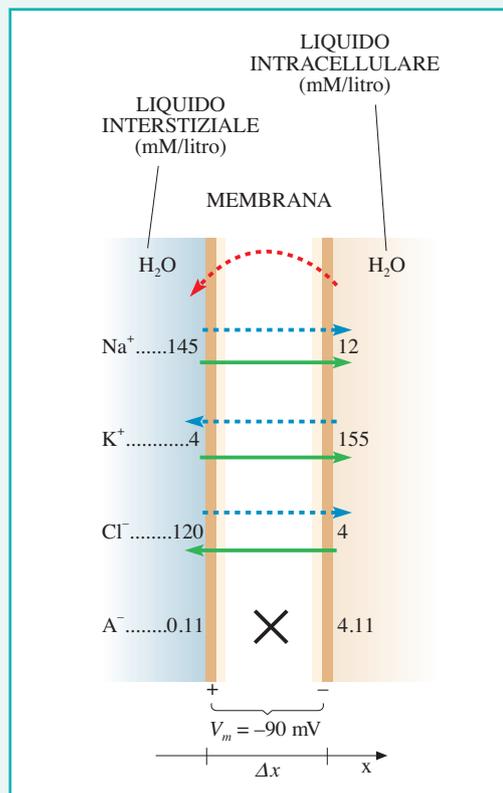
$$\left[ \frac{\{Cl\}_i}{\{Cl\}_e} \right] = \frac{\left\{ K \right\}_e + \frac{P_{Na}}{P_K} \{Na\}_e}{\left\{ K \right\}_i + \frac{P_{Na}}{P_K} \{Na\}_i}$$

Definendo  $X = P_{Na}/P_K$  e introducendo i dati di Figura E8.2 si ottiene (avendo una uguaglianza tra rapporti di concentrazione, le unità di misura vengono omesse):

$$\frac{4}{120} = \frac{4 + X \cdot 145}{155 + X \cdot 12}$$

cioè:  $4(155 + 12X) = 120(4 + 145X)$ ,

da cui  $X = 1/124$  e quindi  $P_{Na}/P_K \approx 10^{-2}$ , valore verificato da misure sperimentali (vedi la (18.28) e la Figura 19.3b per  $t = 0$ ).



**Figura E18.2**

I meccanismi di trasporto passivo sono schematizzati da frecce: a tratto pieno il gradiente di potenziale elettrico e punteggiato il gradiente di concentrazione. La freccia rossa punteggiata rappresenta il meccanismo attivo pompa sodio-potassio.

**ESEMPIO E18.3 Rapporto  $P_{Na}/P_K$  in cellule non eccitabili (eritrociti)**

Ricavare il rapporto  $P_{Na}/P_K$  con i dati di Figura E18.3 e utilizzando le equazioni di equilibrio di Nernst e di Goldman.

**Soluzione** Dalle 18.29 e 18.38 abbiamo che:

$$\left[ \frac{\{Cl\}_i}{\{Cl\}_e} \right] = \left[ \frac{\{K\}_e + \frac{P_{Na}}{P_K} \{Na\}_e}{\{K\}_i + \frac{P_{Na}}{P_K} \{Na\}_i} \right],$$

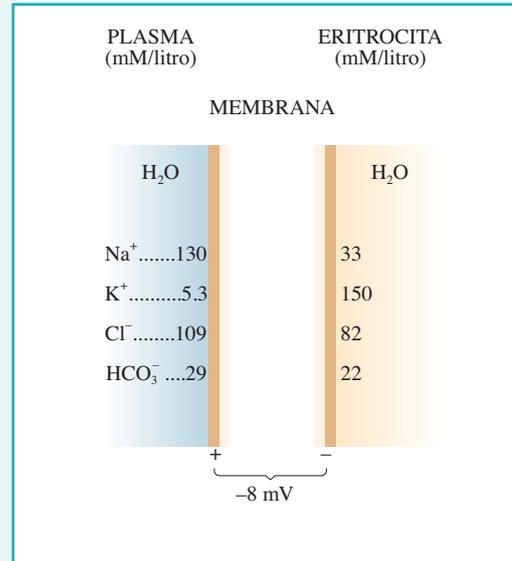
Definendo  $X = P_{Na}/P_K$  e introducendo i dati di Figura E18.3 si ottiene (avendo una uguaglianza tra rapporti di concentrazione, le unità di misura vengono omesse):

$$\frac{82}{109} = \frac{5.3 + X \cdot 130}{150 + X \cdot 33}$$

cioè:  $82 (150 + 33 X) = 109 (5.3 + 130 X)$ ,

da cui  $X = 1.02$  e quindi  $P_{Na}/P_K \approx 1$ , valore verificato da misure sperimentali.

Questo valore è maggiore di quello relativo a membrane eccitabili (Esempio E18.2), fatto che ha importanti implicazioni nei fenomeni elettrici transienti (segnali bioelettrici) presenti solo nelle cellule eccitabili e descritti nel capitolo successivo.



**Figura E18.3**

Concentrazioni e potenziale di equilibrio della membrana degli eritrociti. Sono presi in considerazione solo gli ioni importanti ai fini dell'equilibrio elettrochimico. I dati riportati sono utilizzati per i calcoli eseguiti in Tabella 18.2.

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v}{R} = \frac{qB}{m}$$

(20.9)

Si devono desumere due fatti importanti. Poiché la forza magnetica è sempre perpendicolare alla velocità, vale sempre la prima delle (20.8) e quindi si può concludere che il campo magnetico non può mai produrre un aumento del modulo della velocità. In altri termini, non c'è variazione di energia cinetica e quindi le forze magnetiche non compiono lavoro sulla carica in moto (vedi il Teorema dell'energia cinetica in Meccanica, §3.3a). La seconda osservazione riguarda il fatto che la frequenza e il periodo del moto circolare uniforme sono indipendenti dalla velocità e dal raggio dell'orbita. Come si vede dalla seconda delle (20.9), tutte le particelle aventi un determinato rapporto carica/massa si muovono con lo stesso periodo (o la stessa frequenza). L'evidenza sperimentale della forza di Lorentz e dei suoi effetti su particelle cariche è chiaramente mostrata nella Figura 20.27 alla fine del capitolo.

Nel caso più generale in cui la particella possenga una componente (costante) di velocità iniziale nella direzione del campo magnetico **B**, il suo moto risulterà dalla composizione di un moto circolare uniforme intorno a **B** e di un moto rettilineo uniforme lungo **B**. La traiettoria risultante sarà pertanto un'elica circolare, come mostrato nella Figura 20.4.

Ricordiamo, infine, che se la particella è sottoposta simultaneamente a un campo elettrico **E** e a un campo magnetico **B**, la forza risultante è:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$

(20.10)

Si osservi che, se **E**, **v** e **B** sono mutuamente perpendicolari, la forza elettrica  $q\mathbf{E}$  e quella magnetica  $q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$  hanno la stessa direzione. Pertanto, quando  $v = E/B$  e i versi di **E** e **B** sono opportuni, la forza risultante può essere nulla. Si può utilizzare questa circostanza per costruire un *selettore di velocità per particelle cariche* nel modo illustrato nella Figura 20.5.

## 20.4 MOMENTI MAGNETICI E PROPRIETÀ MAGNETICHE DELLA MATERIA

Applicando la legge di Laplace a un circuito qualsiasi percorso da corrente elettrica e immerso in un campo magnetico **B**, è possibile prevedere come il circuito tende a muoversi. Si trova, per esempio, che un circuito piano di area *S* percorso da una corrente di intensità *i*, tende a disporsi perpendicolarmente alle linee di forza del campo **B** (Figura 20.6). Si definisce *momento magnetico M* del circuito il vettore che ha modulo uguale a *iS*, direzione perpendicolare al piano del circuito e verso uguale all'avanzamento di una vite destrorsa che ruoti nel senso della corrente (il vettore **n** è unitario):  $\mathbf{M} = iS\mathbf{n}$ , come mostrato in Figura 20.6. Il momento **M** tende dunque a orientarsi parallelamente a **B**: se i versi coincidono, l'equilibrio è *stabile*; se sono opposti, l'equilibrio è *instabile*.

Nello stesso campo magnetico una calamita tende a disporsi parallelamente a **B** e il polo nord punta nella stessa direzione di **M**. Si afferma perciò che un circuito percorso da corrente *equivale* a una calamita, con una faccia sud e una faccia nord: la direzione sud-nord coincide con il verso del momento magnetico **M** (*principio di equivalenza di Ampère*).

Particolare interesse riveste il campo magnetico prodotto da un circuito a forma di *spira circolare* (Figura 20.6). La spira, percorsa da corrente, genera nel suo intorno un campo magnetico le cui linee di forza sono mostrate in figura. Il campo

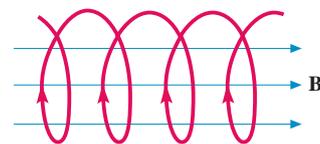


Figura 20.4

Traiettoria di una particella carica che si muove in un campo magnetico uniforme **B** con una componente di velocità diretta lungo la direzione di **B**.

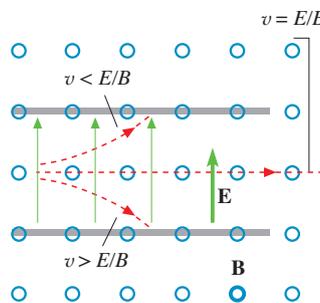


Figura 20.5

Schema di un selettore di velocità per particelle cariche. La particella si muove all'interno di un condensatore, a facce piane e parallele, perpendicolarmente a **E** e al campo magnetico uniforme **B** che è normale al piano della figura e ha verso uscente. Solo le particelle con velocità  $v = E/B$  attraversano il condensatore senza essere deviate. Le traiettorie delle particelle sono indicate dalle linee tratteggiate.

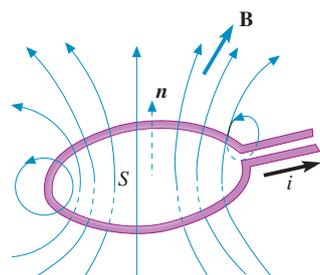
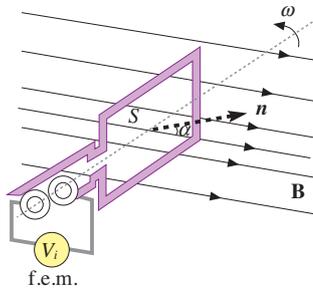


Figura 20.6

Linee di forza del campo magnetico generato da una spira circolare. Con *S* viene indicata la superficie circolare della spira.

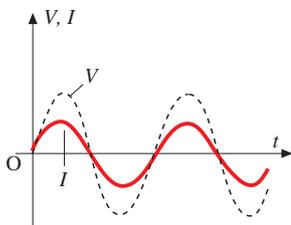
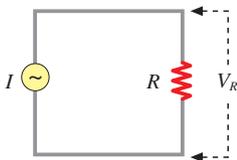


**Figura 20.13**

Un generatore di f.e.m. alternata è schematicamente costituito da una spira piana di area  $S$  posta in rotazione in un campo magnetico uniforme. Se  $\alpha$  è l'angolo formato dalla normale alla spira con la direzione del campo magnetico, il flusso di induzione concatenato con la spira è  $\Phi(\mathbf{B}) = S B \cos \alpha$ . Se la spira ruota con velocità angolare costante  $\omega = \alpha/t$ , abbiamo che  $\Phi(\mathbf{B})$  è una funzione sinusoidale del tempo:  $\Phi(\mathbf{B}) = S B \cos \omega t$  e nella spira si induce una f.e.m.:

$$V_i = -d\Phi/dt = S B \sin \omega t = V_o \sin \omega t.$$

A circuito aperto si manifesta una d.d.p. alternata. Se la spira viene chiusa su un circuito esterno, attraverso la spira e nel circuito esterno fluisce una corrente elettrica alternata.



**Figura 20.14**

Corrente e tensione in un circuito puramente ohmico (resistivo).

## 20.9 CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

Una **corrente elettrica alternata** è una corrente la cui intensità è una funzione periodica del tempo e il cui valore medio in un periodo è nullo. I fenomeni periodici più semplici sono quelli armonici e noi ci limiteremo a considerare correnti alternate di questo tipo, chiamate anche **correnti sinusoidali**. D'altra parte, come è stato detto nel §12.7 sull'analisi di Fourier, una corrente alternata di forma complessa può essere sempre scomposta nella somma di un certo numero di semplici componenti sinusoidali.

Nell'utilizzazione pratica dell'energia elettrica vengono impiegate quasi esclusivamente correnti alternate. Ciò dipende in parte dal fatto che è relativamente facile produrle utilizzando l'induzione elettromagnetica (Figura 20.13) e in parte dalla possibilità di trasformare le correnti da bassa ad alta d.d.p. (o tensione) e viceversa, in modo semplice ed economico, mediante l'impiego di trasformatori, descritti più avanti (vedi Figura 20.19).

Una corrente alternata di tipo sinusoidale è descritta dalla relazione:

$$I(t) = I_o \sin(\omega t + \phi), \tag{20.27}$$

dove  $I$  rappresenta il valore istantaneo della corrente al tempo  $t$ ,  $I_o$  è il valore massimo della corrente,  $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$  è la **pulsazione**,  $\phi$  rappresenta la **fase iniziale** (cioè per  $t = 0$ ),  $T$  il **periodo** e  $\nu = 1/T$  la **frequenza** della corrente alternata.

La corrente elettrica che alimenta le abitazioni civili e le industrie in Europa è alternata con frequenza  $\nu = 50$  Hz (negli USA  $\nu = 60$  Hz).

Una corrente alternata comporta evidentemente la presenza di una d.d.p. alternata della stessa frequenza:

$$V(t) = V_o \sin(\omega t + \phi'). \tag{20.28}$$

Il problema che ci poniamo ora è di individuare, per vari elementi elettrici passivi, cioè resistenze ( $R$ ), induttanze ( $L$ ) e capacità ( $C$ ), sia lo sfasamento che essi introducono tra la corrente e la d.d.p. alternate, sia la relazione che sussiste, nei tre casi, fra il valore massimo della corrente  $I_o$  e il valore massimo della d.d.p.  $V_o$ .

Consideriamo dapprima separatamente i tre elementi passivi di un circuito elettrico. Supponiamo di possedere un generatore di corrente alternata e assumiamo nulla la sua fase iniziale:

$$I(t) = I_o \sin \omega t. \tag{20.29}$$

Nel caso di un circuito puramente **resistivo** (Figura 20.14) abbiamo, per la legge di Ohm:

$$V_R(t) = R I(t) = R I_o \sin \omega t. \tag{20.30}$$

Ne risulta che ai capi di una resistenza  $R$  la d.d.p., determinata da un generatore di corrente alternata, è in fase con la corrente alternata stessa. Dal confronto delle (20.30) e (20.28) si ricava infatti  $\phi' = 0$ .

Nel caso di un circuito puramente **induttivo** (Figura 20.15), la caduta di tensione ai capi dell'induttanza è data da:

$$V_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = L I_o \omega \cos \omega t = L I_o \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{20.31}$$

Se ne deduce quindi che la d.d.p. generata ai capi di un'induttanza è anch'essa sinusoidale di uguale frequenza, ma sfasata di  $+\pi/2$  (infatti, dal confronto con la

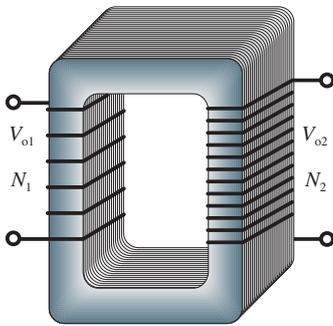


Figura 20.19

Schema di un trasformatore.

La trasformazione di d.d.p. ha luogo per effetto dell'induzione elettromagnetica. La corrente alternata che circola nel primario crea un campo magnetico variabile concatenato al circuito secondario dal nucleo di ferro. La variazione sinusoidale del flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  nel circuito secondario produce una f.e.m. indotta tanto maggiore quanto è maggiore il numero di spire dell'avvolgimento secondario. Si dimostra che, con buona approssimazione, è:

$$\frac{V_{o1}}{V_{o2}} = \frac{N_1}{N_2}, \quad (20.45)$$

dove  $V_{o1}$  e  $V_{o2}$  sono le ampiezze massime delle d.d.p. ai capi dell'avvolgimento primario e secondario, mentre  $N_1$  e  $N_2$  sono il numero totale di spire dei rispettivi avvolgimenti. La presenza del nucleo ferromagnetico garantisce che le linee di forza del campo magnetico siano mantenute all'interno dei due avvolgimenti solenoidali (Figura 20.8). Dalla (20.45), la d.d.p. trasformata è tanto più ampia quanto maggiore è il numero di spire del secondario.

### ESEMPIO 20.3 Circuito RLC

Un circuito  $RLC$  è collegato a un generatore di corrente alternata con  $\omega = 1000 \text{ rad s}^{-1}$  (Figura 20.20). Calcolare: (1) l'impedenza del circuito, (2) la corrente efficace e (3) il valore della frequenza di risonanza e la relativa corrente efficace.

**Soluzione** (1) L'impedenza del circuito è data dall'espressione (20.40) (tutte le unità di misura appartengono al S.I.):

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\ &= \sqrt{300^2 + \left(10^3 \text{ rad s}^{-1} \cdot 0.5 \text{ H} - \frac{1}{10^3 \text{ rad s}^{-1} \cdot 10^{-5} \text{ F}}\right)^2} = \\ &= \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ ohm}. \end{aligned}$$

(2) La corrente efficace è data dal rapporto:

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{Z} = \frac{100 \text{ V}}{500 \text{ ohm}} = 0.2 \text{ A}.$$

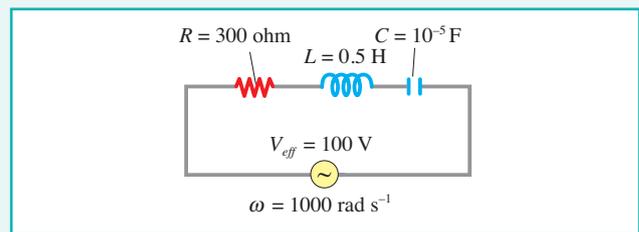


Figura 20.20

Schema di circuito RLC.

(3) La frequenza di risonanza del circuito risulta essere, dalla (20.44):

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0.5 \text{ H} \cdot 10^{-5} \text{ F}}} = 447 \text{ rad s}^{-1},$$

corrispondenti a 71 Hz.

La corrente efficace, corrispondente a questo valore, assume il valore massimo (l'impedenza è puramente resistiva  $Z = R$ ) ed è data da:

$$I_{eff} = \frac{V_{eff}}{R} = \frac{100 \text{ V}}{300 \text{ ohm}} = 0.33 \text{ A}.$$

### ESEMPIO 20.4 Applicazione del trasformatore: il defibrillatore cardiaco

L'avvolgimento primario di un trasformatore possiede 45 spire ed è alimentato da una linea di distribuzione a 220 V. Se l'avvolgimento secondario possiede 614 spire, calcolare la tensione in uscita.

**Soluzione** Dalla relazione (20.45) abbiamo:

$$V_{o2} = \frac{N_2}{N_1} V_{o1} = \frac{614}{45} 220 \text{ V} = 3000 \text{ V}.$$

Un trasformatore di questo tipo viene utilizzato in Medicina nei *defibrillatori cardiaci*. In molti pazienti colpiti da un attacco cardiaco, le fasce muscolari cardiache sono sottoposte a contrazioni scorrelate (fibrillazione, vedi Figura 28.2.7 con-

In Figura 20.24 sono mostrate le varie categorie di onde elettromagnetiche in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$ . Per la relazione  $v = c = \lambda \nu$  l'asse delle frequenze è crescente in senso opposto a quello delle lunghezze d'onda. I vari tipi di onde elettromagnetiche vengono trattate nelle loro applicazioni medico-biologiche nei capitoli successivi.

Dunque, dalle considerazioni svolte sopra, un'onda elettromagnetica si propaga. Come visto nel Capitolo 12, tutti i fenomeni ondulatori trasportano energia nella loro propagazione. Nel caso dell'onda elettromagnetica, sempre dalle equazioni di Maxwell, si può ricavare che il trasporto di energia avviene nella direzione di propagazione dell'onda, cioè normalmente a  $\mathbf{E}$  e a  $\mathbf{B}$ . In particolare, si può dimostrare che l'energia trasportata nell'unità di tempo attraverso l'unità di superficie (chiamata *intensità*  $I$  dell'onda) è espressa dalla relazione:

$$I = c^2 \epsilon_0 E B, \tag{20.50}$$

la quale, poiché le ampiezze  $E_0$  e  $B_0$ , dalle equazioni di Maxwell, non sono indipendenti, ma  $E_0 = c B_0$ , diventa:

$$I = c \epsilon_0 E^2. \tag{20.51}$$

Calcolando il valor quadratico medio della funzione sinusoidale di Figura 20.23, si ottiene il valor quadratico medio dell'intensità:

$$I_{\text{medio}} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2. \tag{20.52}$$

È questo un risultato del tutto generale nei fenomeni ondulatori, cioè *l'energia trasportata dall'onda è proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda stessa*, analogamente a quanto osservato a proposito del moto armonico (§12.3).

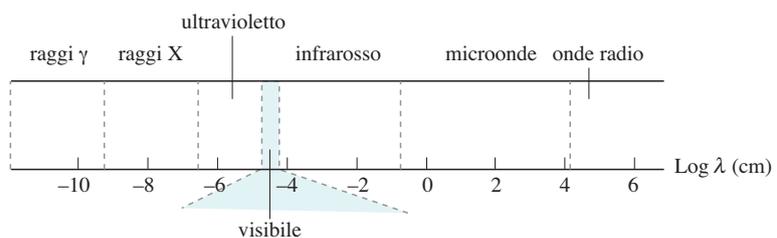
Intensità delle onde elettromagnetiche

Ulteriori dettagli sulle onde elettromagnetiche sono riportati negli **ULTERIORI APPROFONDIMENTI IN EBOOK** (§E20.4), dove la loro velocità in termini formali viene ricavata dalla soluzione dell'equazione delle onde.

Riprenderemo queste caratteristiche delle onde elettromagnetiche nei capitoli successivi. Una descrizione dettagliata delle proprietà e delle applicazioni medico-biologiche dei vari tipi di onde elettromagnetiche (vedi Figura 20.24) viene svolta nei capitoli successivi. In particolare nel Capitolo 21 viene trattato il visibile (Ottica fisica e Ottica geometrica), mentre la relativa strumentazione medico-biologica è descritta nel Capitolo 22 (Strumentazione ottica in Medicina e in Biologia). Il Capitolo 23 è dedicato alla funzione visiva, cioè alla descrizione di come l'uomo e altri animali rivelano le onde elettromagnetiche. Gli altri tipi di onde elettromagnetiche sono descritti con un certo dettaglio nel Capitolo 25, mentre nei Capitoli 26 e 27 viene trattato l'impiego diagnostico e terapeutico della radiazione elettromagnetica di maggiore energia (radiazione X e gamma).

**Figura 20.24**

Spettro delle onde elettromagnetiche. Si osservi l'asse orizzontale in scala logaritmica in base 10: l'estensione dello spettro è enorme, coprendo ben 20 ordini di grandezza, cioè fra l'estremo destro e quello sinistro vi è una differenza di lunghezza d'onda di un fattore  $10^{20}$ , cioè 10 seguito da 20 zeri !!



### ESEMPIO E22.1 Caratteristiche dell'immagine di un microscopio: distanza oggetto, ingrandimento, risoluzione, profondità di campo

La lunghezza focale dell'obiettivo di un microscopio è di 4 mm e quella dell'oculare è di 28 mm. L'immagine formata dall'obiettivo si trova alla distanza di 20 cm da esso. (1) Dove si trova l'oggetto osservato? (2) Calcolare l'ingrandimento angolare e (3) se si trascurano eventuali effetti di diffrazione, calcolare la minima distanza tra due punti che possono essere risolti dall'occhio, cioè distinti, con questo microscopio. (4) Valutarne infine la profondità di campo.

**Soluzione** (1) In base alla formula dei punti coniugati di una lente sottile, la distanza  $p_1$  dell'oggetto risulta essere data dalla:

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{q'} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}} - \frac{1}{0.2 \text{ m}},$$

da cui  $p_1 = 4.08 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4.08 \text{ mm}$ , cioè l'oggetto si trova poco oltre il fuoco dell'obiettivo.

(2) L'ingrandimento angolare è dato dalla (22.14) in cui  $d_o = 0.25 \text{ m}$  e  $D = -20 \text{ cm}$ , dove il segno meno sta a indicare che l'immagine è capovolta. Si ottiene:

$$G_A = \frac{-D d_o}{f_1 f_2} = \frac{-0.2 \text{ m} \cdot 0.25 \text{ m}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = -446.$$

(3) La più piccola distanza tra due punti risolvibile a occhio nudo è di circa 0.1 mm, valore che si ottiene prendendo il valore del potere separatore dell'occhio  $\theta_r = 1'$  e moltiplicandolo per 25 cm, distanza della minima visione distinta  $d_o$ . Dato che l'oggetto viene ingrandito 446 volte, la più piccola distanza risolvibile risulta essere  $0.1 \text{ mm}/446 = 2.24 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 2240 \text{ \AA}$ , cioè circa la metà della lunghezza d'onda media della luce visibile. Questa risoluzione è dunque confrontabile con la massima risoluzione ottenibile con il microscopio a causa della diffrazione della luce.

(4) Per valutare la profondità di campo  $\Delta p$ , utilizziamo la (E22.12):

$$\Delta p = \frac{f_1^2 f_2^2}{D_2 (d_o + f_2)} = \frac{(4 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 (28 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{(0.2 \text{ m})^2 (0.25 \text{ m} + 28 \cdot 10^{-3} \text{ m})} = 1.13 \mu\text{m}.$$

Un preparato di spessore maggiore a questo valore non sarà in parte messo a fuoco, oppure, in altri termini, spostando il sistema ottico di questa breve distanza si entra e si esce dalla messa a fuoco del preparato. Per questo motivo i preparati per i vetrini da osservare al microscopio devono essere tagliati a spessore micrometrico con opportuni dispositivi chiamati *microtomi*.

## E22.3 MICROSCOPI OTTICI SPECIALI

Come abbiamo visto nel paragrafo precedente, i limiti alle possibilità del microscopio sono posti non dall'ingrandimento, bensì dal potere separatore determinato dai fenomeni di diffrazione della luce.

Un'altra difficoltà, che spesso si presenta nell'osservazione di preparati al microscopio, è costituita dal fatto che gli oggetti che si vogliono vedere hanno indice di rifrazione e spessore molto prossimi a quelli del fondo del preparato stesso. In questo caso, se l'osservazione è eseguita con un normale microscopio in luce trasmessa, il preparato appare abbastanza uniforme, poiché la luce, con cui esso è illuminato, viene assorbita quasi nello stesso modo dal fondo e dagli oggetti che si vogliono osservare, venendo quindi a mancare il **contrasto di intensità**. Nei casi in cui è possibile, si può ovviare a questo inconveniente colorando il preparato. Si aggiungono cioè al preparato delle sostanze coloranti che vengono assorbite in modo preferenziale dagli oggetti che si vogliono osservare, o dal fondo. In questo modo il contrasto tra gli oggetti e il fondo è un **contrasto cromatico**.

Tuttavia in molti casi non si può effettuare la colorazione del preparato perché si danneggiano gli organismi viventi presenti in esso. Si possono allora utilizzare molto efficacemente particolari tipi di microscopi: il microscopio a contrasto di fase, polarizzatore e a fluorescenza.

### E22.3a Microscopio a contrasto di fase

Abbiamo detto che, se il preparato è costituito da oggetti immersi in un fondo avente circa lo stesso indice di rifrazione e lo stesso spessore, il contrasto d'intensi-

che, per piccoli angoli  $\theta_m$ , diventa:

$$\theta_m \approx \frac{1,22 \lambda}{D_o}. \quad (23.9)$$

Utilizzando luce di lunghezza d'onda  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  cm si ottiene il valore  $\theta_m = 1,2 \cdot 10^{-4}$  radianti. Dal confronto con il calcolo (23.4),  $\theta_m < \theta_r$  e pertanto il fattore limitante l'acuità visiva, per l'occhio umano, è la distanza fra i fotorecettori nella retina. La diffrazione, infatti, impone un limite quasi tre volte inferiore: per questo motivo, osservando oggetti puntiformi, l'occhio non individua alcuna figura di diffrazione.

L'acuità visiva dell'occhio dipende anche dall'età del soggetto e dall'intensità della luce: infatti il diametro dell'iride può diminuire, per elevata intensità di luce incidente, a valori inferiori al mm, per cui  $\theta_m$ , determinato dalla diffrazione, diventa circa  $5 \cdot 10^{-4}$  radianti. Il limite al potere separatore è determinato, in questo caso, dalla diffrazione della luce ( $\theta_m > \theta_r$ ).

Abbiamo fin qui considerato gli effetti, sull'acuità visiva, della spaziatura tra i fotorecettori e della diffrazione. In realtà, a questi andrebbero aggiunti i limiti determinati dall'aberrazione cromatica e da quella sferica e dal rumore di fondo nella formazione dell'immagine (di cui si accenna nel §23.4c).

La combinazione di tutti e quattro i fattori porta ad una risoluzione angolare effettiva circa 2.5 volte peggiore rispetto al valore limite (23.4), per cui  $\theta_{\text{totale}} \approx 8 \cdot 10^{-4}$  radianti.

### Acuità visiva complessiva

#### ESEMPIO 23.1 Distanza limite da acuità visiva

Valutare la distanza a cui sono distinguibili i fari di un'automobile distanti fra loro 1.2 metri. Si assuma l'acuità visiva  $\theta_{\text{limite}} = 8 \cdot 10^{-4}$  radianti.

**Soluzione** Dalla Figura 23.7 si ricava:

$$\ell = 1.2 \text{ m} / \text{tg } \theta_{\text{limite}} \approx 1.2 \text{ m} / 8 \cdot 10^{-4} = 1500 \text{ metri.}$$

Come si vede dalla Figura 23.8 alla distanza di 1100 metri i fari sono ancora distinguibili ( $\theta = 10 \cdot 10^{-4}$  radianti), mentre a 1500 metri sono indistinguibili. In queste figure si assume l'acuità visiva determinata dalla sola diffrazione.

In realtà la distanza fra i fotorecettori impedisce di ottenere le figure di diffrazione di Figura 23.8, essendo l'acuità visiva determinata appunto da questa distanza.

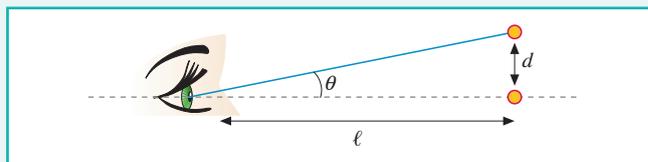


Figura 23.7

I fari dell'automobile vengono osservati sotto l'angolo  $\theta$ . La distanza  $\ell = d/\theta$ .

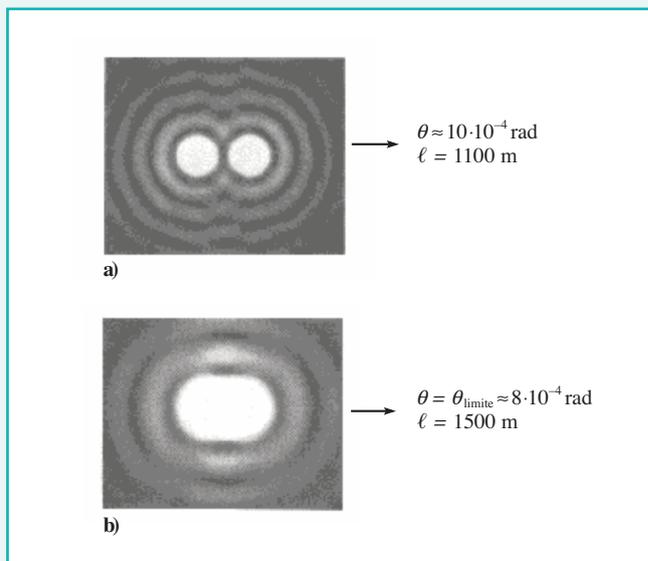


Figura 23.8

A seconda della distanza, e quindi dell'angolo  $\theta$ , le frange di diffrazione permettono (a) o non permettono (b) di osservare i due fari distinti.

Assorbimento di rX

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (25.12)$$

dove  $I_0$  è l'intensità del fascio che incide sulla superficie del materiale ( $x = 0$ ),  $x$  è lo spessore attraversato, cioè la profondità di penetrazione, il coefficiente  $\mu$  prende il nome di **coefficiente lineare di assorbimento** o **attenuazione totale** e si misura in  $\text{cm}^{-1}$ , avendo per dimensioni  $[\text{L}^{-1}]$ .

Il significato del coefficiente  $\mu$  risulta evidente considerando un fascio che attraversa uno spessore pari a  $x = 1/\mu$ : esso ne emerge attenuato di un fattore pari a  $e^{-1} = (2.718)^{-1} \approx 0.37$ , per cui maggiore è il coefficiente  $\mu$ , più elevato è l'assorbimento e minore è lo spessore necessario per ridurre l'intensità del fascio a una frazione  $e^{-1}$  di quella incidente.

Spessore di dimezzamento

L'assorbimento di raggi X in un materiale può essere valutato più facilmente definendo, invece del coefficiente di assorbimento  $\mu$ , un coefficiente chiamato **spessore di dimezzamento**  $s_{1/2}$ , definito come lo spessore dopo il quale metà dell'intensità dei raggi X è stata assorbita. Si può dedurre la relazione fra  $\mu$  e  $s_{1/2}$ :

$$\frac{I_0}{2} = I_0 \exp(-\mu s_{1/2}), \text{ da cui } \exp(-\mu s_{1/2}) = 2, \quad (25.13)$$

e quindi:

$$\mu s_{1/2} = \ln 2 \quad \text{ossia} \quad s_{1/2} = 0.693 \mu. \quad (25.14)$$

L'attenuazione del fascio X è determinata da vari fenomeni di interazione con la materia, di diversa importanza a seconda dell'energia dei fotoni incidenti. In generale, l'interazione dei raggi X con la materia avviene secondo i seguenti processi: **diffusione**, **effetto fotoelettrico**, **effetto Compton** e **produzione di coppie elettrone-positrone** ( $e^-$ ,  $e^+$ ).

Per quanto riguarda il processo di **diffusione**, per il quale i fotoni X vengono deviati dagli atomi del materiale in tutte le direzioni senza variazioni di lunghezza d'onda (e quindi di energia), come mostrato in Figura 25.19, si deve osservare che normalmente l'effetto è piuttosto ridotto e contribuisce solo a creare una radiazione distribuita in tutto l'ambiente. La diffusione nei gabinetti radiologici disturba sia per l'effetto di velatura che può creare nelle immagini fotografiche, sia per l'eventuale dose di radiazioni cui sono esposti gli operatori radiologi.

L'**effetto fotoelettrico** consiste nell'assorbimento, da parte dell'atomo, del fotone X incidente, con l'espulsione di un elettrone (ionizzazione), come mostrato in Figura 25.20. In questo caso i fotoni X scompaiono e la loro energia viene trasformata in lavoro di estrazione dell'elettrone dall'atomo e in energia cinetica dell'elettrone fotoemesso. L'atomo eccitato può tornare allo stato normale mediante transizioni di elettroni, che riemettono radiazioni di frequenza inferiore. Questo successivo fenomeno, conseguenza dell'effetto fotoelettrico, è chiamato **fluorescenza** e, come vedremo più avanti, viene utilizzato nella diagnostica medica. Se si indica con  $\mu_\tau$  il coefficiente di assorbimento per effetto fotoelettrico, esso risulta legato all'energia  $E$  del fotone incidente e al numero atomico  $Z$  del mezzo assorbente dalla relazione:

$$\mu_\tau = C_n d \frac{Z^4}{E^3}, \quad (25.15)$$

dove  $d$  è la densità del mezzo e  $C_n$  una costante che dipende dall'orbitale da cui viene estratto l'elettrone. In realtà l'andamento di  $\mu_\tau$  (e quindi del rapporto  $\mu_\tau/d$  riportato in Figura 25.21) presenta delle brusche discontinuità per energie

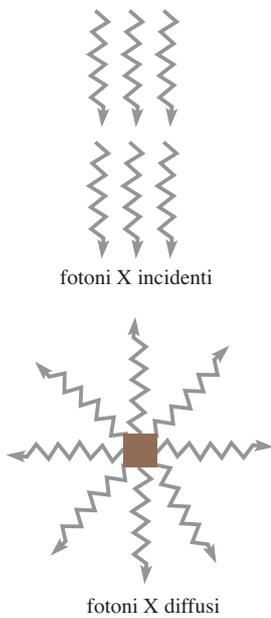


Figura 25.19

Nel fenomeno della diffusione, il fotone X viene deviato in direzione praticamente isotropa senza variazione della sua energia.

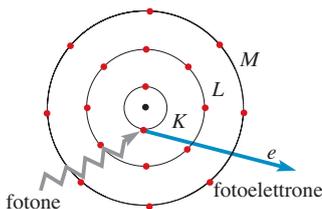


Figura 25.20

Nell'effetto fotoelettrico un fotone viene assorbito dall'atomo con espulsione di un elettrone. L'assorbimento subisce brusche variazioni in corrispondenza delle energie di legame degli elettroni nei vari orbitali, come mostrato in Figura 25.21.

**Tabella 26.1** Fattori peso della radiazione,  $\omega_R$ 

RADIAZIONE	FATTORE PESO DELLA RADIAZIONE, $\omega_R$	
	ICRP60-1991*	ICRP103-2007**
fotoni (raggi X e raggi gamma)	1	1
elettroni e muoni	1	1
neutroni, a seconda dell'energia	5-20	5-20
protoni E > 2 MeV, escluso protoni di rinculo	5	2
particelle alfa, frammenti fissione, nuclei pesanti	20	20

\* ICRP60-1991 (*International Commission on Radiological Protection*) precedente normativa italiana (D.Lgs. 230/95 e s.m.i. (successive modifiche e integrazione)) e normativa europea.  
\*\* ICRP103-2007 attuale normativa (D.Lgs. 101/20).

te specifico chiamato **fattore peso per i tessuti**  $w_T$ , per cui la **dose efficace**  $E$  riguardante l'irraggiamento con *diverse radiazioni* in *diversi tessuti* è data da:

$$E = \sum_T w_T H_T = \sum_{R,T} w_T w_R D_{T,R}. \quad (26.4)$$

Anche la dose efficace (dose biologica) si misura in sievert (oppure in rem). In Tabella 26.2 sono riportati i valori del coefficiente  $w_T$  per diversi tessuti biologici.

**Tabella 26.2** Fattori peso del tessuto,  $\omega_T$ 

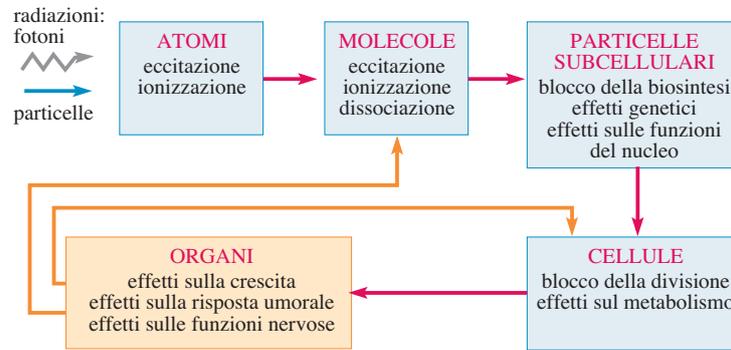
ORGANO O TESSUTO	FATTORE PONDERAZIONE DEL TESSUTO, $\omega_T$	
	ICRP60-1991*	ICRP101/2020
gonadico <sup>#</sup>	0.20	0.08
midollo osseo emopoietico	0.12	0.12
colon	0.12	0.12
polmone, pareti toraciche	0.12	0.12
stomaco	0.12	0.12
vescica	0.05	0.04
mammella	0.05	0.12
fegato	0.05	0.04
esofago	0.05	0.04
tiroide	0.05	0.04
pelle	0.01	0.01
superficie ossea	0.01	0.01
encefalo		0.01
rene	inseriti negli "organi rimanenti" }	0.01
ghiandole salivari		0.01
organi e tessuti rimanenti		0.12
	Totale 1.00	1.00

\* ICRP60-1991 (*International Commission on Radiological Protection*) precedente normativa italiana (D.Lgs. 230/95 e s.m.i. (successive modifiche e integrazione)) e normativa europea  
\*\* ICRP103-2007 e normativa attuale (D.Lgs. 101/2020).  
<sup>#</sup> Le gonadi dal 2007 sono ritenute meno sensibili.

Fattore peso per i tessuti

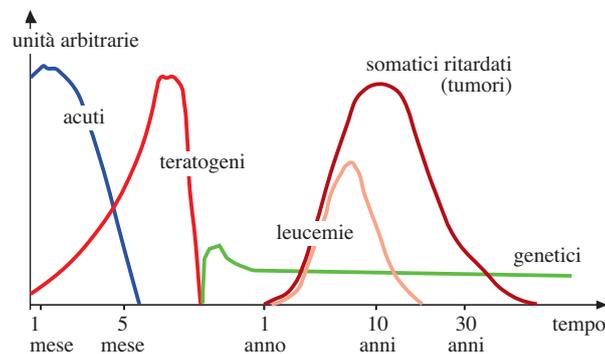
**Figura 26.14**

Schema a blocchi delle azioni biologiche provocate dalle radiazioni ionizzanti. In ciascun blocco il dettaglio dei meccanismi è molto complesso e tuttora oggetto di ricerca. Questa figura deve essere associata alla Figura 26.9 per quanto riguarda la scala temporale.



**Figura 26.15**

Andamento temporale degli effetti delle radiazioni ionizzanti: deterministici (acuti e teratogeni) e stocastici o probabilistici (genetici somatici ritardati; vedi inizio §26.4).



**ESEMPIO 26.3 Avvelenamento da polonio radioattivo (il caso Litvinenko)**

Un soggetto avente massa di 70 kg ingerisce 10 µg di polonio-210 (<sup>210</sup>Po), sotto forma di clorato, il cui periodo di dimezzamento è di 138 giorni emettendo radiazione α da 5.3 MeV. Valutare la dose di radiazione (supposta mediamente distribuita nell'organismo) assorbita nell'arco di 30 giorni e indicare le conseguenze sul soggetto (senza considerare il metabolismo).

**Soluzione** Dobbiamo ricavare il numero di nuclei di <sup>210</sup>Po decaduti in 30 giorni. Cominciamo a valutare il numero  $N_i$  di nuclei iniziali presenti nei 10 µg ingeriti. Una mole di <sup>210</sup>Po equivale a 210 g e contiene il numero di Avogadro di nuclei:  $6.02 \cdot 10^{23}$ . La quantità di 10 µg ne contiene quindi:

$$N_i = \frac{6.02 \cdot 10^{23}}{210 \text{ g}} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ g} = 3 \cdot 10^{16} \text{ nuclei di } ^{210}\text{Po}.$$

La vita media del <sup>210</sup>Po si ricava dalla relazione (24.12):

$$\tau = 138/0.693 \text{ giorni} = 199 \text{ giorni}.$$

Il numero di nuclei  $N_{30}$  che è decaduto in 30 giorni è dato da:

$$N_{30} = N_i (1 - \exp(-t/\tau)) = 3 \cdot 10^{16} (1 - \exp(-30/199)) = 4.2 \cdot 10^{15} \text{ nuclei}.$$

Questo numero di nuclei ha rilasciato una energia pari a:

$$E = 4.2 \cdot 10^{15} \cdot 5.3 \text{ MeV} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ joule/eV} = 3.56 \cdot 10^3 \text{ joule},$$

che fornisce la dose  $D = 3.56 \cdot 10^3 \text{ J}/70 \text{ kg} = 50.9 \text{ Gy}$ . Dalla Tabella 26.1 risulta che la  $w_T$  per la radiazione alfa è 20, per cui questa dose corrisponde a ben  $50.9 \text{ Gy} \cdot 20 = 1018 \text{ Sv}$  che, dalla Tabella 26.5, risulta certamente micidiale (circa 17 Sv in 12 ore!). Proprio l'ingestione di <sup>210</sup>Po (radioattivo) ha causato la morte per avvelenamento di Alexander Litvinenko il 23 novembre 2006. Questo calcolo approssimativo rende conto delle dosi medie in gioco, ma a livello dei singoli organi le dosi sono ben più elevate.