

Esercizi di Matematica e Fisica per il Concorso a Cattedra
Errata Corrige
03/08/2014

MATEMATICA

Esercizio 1.4 n° 2 (d)

- **pag. 61 – risultato:**

$$D_{(d)} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi/3 < x < (2k+1)\pi/3, k \in \mathbb{Z}\}$$

- **pag. 62 – correzione:**

La potenza con base ed esponente variabili si considera solo per valori positivi della base, purché esista l'esponente, per cui:

$$\sin 3x > 0 \Rightarrow 2k\pi < 3x < \pi + 2k\pi.$$

Esercizio 1.4 n° 4 (b)

- **pag. 64 – correzione:**

Il periodo di $\tan(2x)$ è: $T_{\tan(2\pi)} = \pi/2$.

Il risultato finale indicato resta, comunque, valido.

Esercizio 1.5 n° 5

- **pag. 70 – risultato:**

$$\alpha = 1/2$$

$$\psi(x) = 2\sqrt{x}$$

- **pag. 71 – dal 6° rigo dello svolgimento leggesi:**

Utilizzando l'equivalenza $(1+t)^a - 1 \sim_0 at$ si perviene a:

$$\ell = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} \left[3 \left(1 + \frac{1}{2}x^2 + o(x^2) \right) - \left(1 - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2) \right) \right]}{x^\alpha} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2\sqrt{x}}{x^\alpha},$$

per cui l'ordine dell'infinitesimo risulta:

$$\alpha = 1/2,$$

mentre la parte principale è:

$$\psi(x) = 2\sqrt{x}.$$

Esercizio 1.10 n° 1 (e)

- pag. 95 – dal 13° rigo dello svolgimento leggasi:

L'integrale risulta, così:

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{5\sqrt{1-y^2}} \frac{5}{2} dy = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} dy.$$

Poiché si tratta dell'integrale di una funzione non limitata in un intervallo limitato, l'integrazione va eseguita in senso improprio. In particolare, la funzione integranda

$f(y) = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$ è definita e continua nell'intervallo aperto $(-1; 1)$ e, quindi, integrabile in

ogni intervallo del tipo $[-1+\varepsilon; 1-\delta]$, con $0 < \varepsilon < 2$ e $0 < \delta < 2$. Tenendo presente che una primitiva di $f(y)$ è $F(y) = \arcsin y$, si ha:

$$I = \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0^+ \\ \delta \rightarrow 0^+}} \int_{-1+\varepsilon}^{1-\delta} \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} dy = \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0^+ \\ \delta \rightarrow 0^+}} [\arcsin y]_{-1+\varepsilon}^{1-\delta} = \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0^+ \\ \delta \rightarrow 0^+}} [\arcsin(1-\delta) - \arcsin(-1+\varepsilon)]$$

$$I = [\arcsin(1) - \arcsin(-1)] = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi.$$

Il risultato finale indicato resta valido.

Esercizio 3.3 n° 1 (a)

- pag. 153 – dal 4° rigo dello svolgimento del punto (a) leggasi:

Sommiamo la seconda riga e sottraiamo la terza riga alla prima riga:

Esercizio 3.5 n° 1

- pag. 166 – risultato:

$$F = (7\sqrt{3}/8, 7/8)$$

- pag. 167 – svolgimento:

Il fuoco della conica trasformata è:

$$F' = \left(x_{V'}, \frac{1}{4a} + y_{V'} \right) = \left(0, -\frac{1}{4} + 2 \right) = \left(0, \frac{7}{4} \right)$$

cosicché il fuoco della conica di partenza risulta:

$$F = (x_F, y_F) = \left(\frac{1}{2}x' + \frac{\sqrt{3}}{2}y', -\frac{\sqrt{3}}{2}x' + \frac{1}{2}y' \right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{7}{4}, \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4} \right) = \left(\frac{7\sqrt{3}}{8}, \frac{7}{8} \right).$$

Esercizio 4.1 n° 1

- pag. 31 – negli ultimi due rigi del testo dell’esercizio n° 1 leggasi:

- (c) funzioni iniettive da A a B ;
 (d) funzioni biunivoche da A ad A .

- pag. 188 – risultato:

$$(a) N_r = 2^{40}$$

- pag. 188 – svolgimento del punto (a):

Il numero di relazioni da A a B è, infine, pari al numero di sottoinsiemi del prodotto cartesiano $A \times B$, per cui risulta:

$$N_r = 2^{N_{coppie}} = 2^{40}.$$

- pag. 188 – all’inizio dello svolgimento del punto (d) leggasi:

(d) Una funzione da A a B si dice biunivoca se ad ogni elemento di A corrisponde uno ed un solo elemento di B e, viceversa, ad ogni elemento di B corrisponde uno ed un solo elemento di A .

Esercizio 4.1 n° 2 (b)

- pag. 189 – risultato:

$$(b) N = 15\,120$$

- pag. 189 – dal 24° rigo dello svolgimento leggasi:

Negli altri 8 posti possiamo collocare le restanti 8 lettere, di cui la lettera A si ripete 3 volte, mentre le lettere M e T si ripetono 2 volte. Tenendo presente che le 3 lettere A sono indistinguibili tra loro, così come le 2 lettere M e le 2 lettere T, il numero di anagrammi che iniziano con IE è dato dal numero di permutazioni con ripetizione delle 8 lettere restanti:

$$N_{IE-1} = P'_8 = \frac{N_{lettere}!}{N_A! N_M! N_T!} = \frac{8!}{3!2!2!} = \frac{8 \cdot 7!}{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 1\,680.$$

- pag. 190 – dal 1° rigo dello svolgimento leggasi:

Per ognuno di questi casi ci sono $N_{IE-1} = 1\,680$ possibili permutazioni, per cui il numero totale di anagrammi della parola MATEMATICA, anche privi di significato, in cui la lettera E compare subito dopo la lettera I è:

$$N = 9 \cdot N_{IE-1} = 9 \cdot 1\,680 = 15\,120.$$

Esercizio 4.4 n° 4 (a)

- pag. 209 – chiarimento nello svolgimento del punto (a):

In generale nelle distribuzioni continue la probabilità va calcolata con un'operazione di integrazione. Tuttavia in questo esercizio si sta considerando discreta l'approssimazione gaussiana, ponendo $v \in \mathbb{N}$, per cui l'integrazione non è necessaria.

Per maggiori dettagli a riguardo consultare:

Taylor, “*Introduzione all'Analisi degli Errori – Lo Studio delle Incertezze nelle Misure Fisiche*”, Zanichelli.

FISICA

Esercizio 1.1 n° 4

- pag. 278 – risultato:

$$|a_{B,\min}| = 1,02 \text{ m/s}^2$$

- pag. 279 – al 6° rigo dello svolgimento leggesi:

$$\Delta x_{B,\max} = -(950 - \Delta x_A) = -950 + 166,7 = -783,3 \text{ m},$$

- pag. 279 – al 13° rigo dello svolgimento leggesi:

$$|a_{B,\min}| = a_{B,\min} = -\frac{v_{B,0}^2}{2\Delta x_{B,\max}} = \frac{40^2}{2 \cdot 783,3} = \frac{1600}{1566,6}$$

$$|a_{B,\min}| \approx 1,02 \text{ m/s}^2.$$

Esercizio 1.2 n° 2

- pag. 282 – risultati:

$$t_f = 1,40 \text{ s}$$

$$d = 15,8 \text{ m}$$

$$v_f = 14,8 \text{ m/s}$$

- pag. 284 – calcoli nei punti (b) e (c):

Nel punto (b) il procedimento illustrato porta, eseguendo correttamente i calcoli, a $v_{f,y} \approx -9,640 \text{ m/s}$ e $t_f \approx 1,40 \text{ s}$.

Nel punto (c) la distanza percorsa è:

$$d = v_{0,x} \cdot t_f = 11,28 \cdot 1,40$$

$$d \approx 15,8 \text{ m},$$

mentre la velocità un attimo prima di toccare il suolo è:

$$v_f = \sqrt{v_{f,x}^2 + v_{f,y}^2} = \sqrt{11,28^2 + 9,64^2} \approx \sqrt{220,2} \approx 14,8 \text{ m/s.}$$

Esercizio 1.3 n° 4

- pag. 293 – risultato:

$$\tau = 1,91 \text{ s}$$

- pag. 294 – calcoli finali:

$$\tau = \sqrt{\frac{2s_{m,M}}{a_{m,M}}} = \sqrt{\frac{2(-0,5)}{-0,27344}} \approx \sqrt{3,657} \approx 1,91 \text{ s.}$$

Esercizio 1.4 n° 4

- pag. 248 – al 4° rigo del testo dell'esercizio n° 4 leggesi:

centro di massa del sistema “blocco + proiettile” si è alzato di $h = 5,00 \text{ mm}$ quando il

- pag. 300 – all' 8° rigo dello svolgimento leggesi:

C) il centro di massa del sistema “blocco + proiettile” si è alzato di $h = 5,00 \text{ mm}$ ed è

Esercizio 1.6 n° 1 (d)

- pag. 309 – risultato:

$$\tau = 2,53 \text{ s}$$

- pag. 311 – correzione dei calcoli nello svolgimento del punto (d):

La velocità del centro di massa lungo x risulta:

$$v_{f,x} = -\omega_{f,z} \cdot r = -(-29,5) \cdot 0,1 = 2,95 \text{ m/s.}$$

(...)

$$\tau = \frac{v_{f,x} - v_{3x}}{\mu g} = \frac{2,95 - (-3)}{0,24 \cdot 9,81} \approx 2,53 \text{ s.}$$

Esercizio 1.6 n° 3 (d)

- pag. 313 – risultati:

$a_{cm} = 4,54 \text{ m/s}^2$	$T = 0,322 \text{ N}$	$v_{cm,f} = 4,21 \text{ m/s}$
$v_{A,f} = 5,95 \text{ m/s}$	$v_{B,f} = 8,42 \text{ m/s}$	$v_{C,f} = 0$
$\Delta t = 0,927 \text{ s}$		

- pag. 313 – correzione dei calcoli nello svolgimento:

Manca un fattore $\frac{1}{2}$ nel termine relativo al momento di inerzia del mozzo quando viene calcolato il momento di inerzia dello yo-yo che è:

$$I_{yo-yo} = 2I_{disco} + I_{mozzo} = 2 \frac{1}{2} m_{disco} R^2 + \frac{1}{2} m_{mozzo} R_0^2 = 0,01154 \cdot 0,035^2 + 0,5 \cdot 0,03813 \cdot 0,0165^2$$

$$I_{yo-yo} \approx 1,933 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Ci si confronti con i risultati finali corretti appena forniti.

Esercizio 3.2 n° 3

- pag. 386 – risultati:

$D = 1,21 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$	$P = 7,44 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$
--	--

- pag. 388 – nello svolgimento:

L'unità di misura di D e di P è il C/m^2 .